RHEINISCH-WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE AACHEN

LEHRSTUHL INFORMATIK 11 SOFTWARE FÜR EINGEBETTETE SYSTEME

Professor Dr.-Ing. Stefan Kowalewski
Dipl.-Inform. Dominik Franke
Dipl.-Inform. Sebastian Biallas

Aachen, 18. Oktober 2010
SWS: V4/Ü2, ECTS: 7

Einführung in die Technische Informatik

WS 2010/2011

Blatt 1: Zahldarstellungen

Ihre Lösung zu den mit ($\star$) gekennzeichneten Übungen sollen Sie am **22.10.2010** in der Übung abgeben. Die Bearbeitung der Aufgaben in Lerngruppen ist sinnvoll. Bitte geben Sie nur eine Lösung pro Lerngruppe ab.

Aufgabe 1: ($\star$) Darstellungsbereich

Welcher Zahlenbereich lässt sich im 2er-Komplement in einer 16-Bit Darstellung repräsentieren?

Aufgabe 2: ($\star$) Interpretation von Bits

Gegeben sei x durch folgende Binärkodierung: 10010111. Je nachdem, wie x als Zahl interpretiert wird, sind verschiedene Werte möglich. Welche Zahlen repräsentiert x im 1er-Komplement, im 2er-Komplement, und als vorzeichenlose Zahl (bei einer 8-Bit Darstellung)?

Aufgabe 3: ($\star$) Addition und Subtraktion

Gegeben seien die folgenden Variablen auf einer 8-Bit Architektur:

$$\begin{aligned} x &= 17 \\ y &= -39 \\ z &= 119 \end{aligned}$$

Konvertieren Sie x, y und z zunächst in eine Bit-Darstellung im 2er-Komplement. Berechnen Sie dann schriftlich im 2er-System $x + x$, $y + y$, $x + z$ und $x - y$. Geben Sie die Resultate auch als natürliche Zahlen an.

Aufgabe 4: Bit-Shifts

Unter einem Shift versteht man das Verschieben von Bits. Die übliche Notation ist hierbei $x << k$ für ein k-faches Verschieben nach links und $x >> k$ für ein k-faches Verschieben nach rechts. Es gibt verschiedene Formen mit welchem Wert *aufgefüllt* wird, hier nehmen wir an, dass es sich einfach um Nullen handelt.

Sei der Wert von x gegeben durch die Hexadezimalzahl $(CC)_{16}$. Berechnen Sie $x << 3$ auf einer 8-Bit Architektur, indem Sie zunächst x als Binärzahl darstellen und dann die Shift-Operation durchführen. Welchen ganzzahligen Wert stellt $x << 3$ dar?

Aufgabe 5: ($\star$) **Zahlensysteme**

a) Wandeln Sie folgende Zahlen in die gegebenen Zahlensysteme um:

- $(2012)_3 = ()_2$
- $(4412)_5 = ()_{10}$
- $(192)_{10} = ()_8$
- $(H36G)_{18} = ()_7$
- $(1001010011)_2 = ()_{10}$

b) Wandeln Sie folgende Zahlen in die gegebenen Zahlensysteme um. Nutzen Sie dabei die Beziehungen zwischen den Zahlensystemen:

- $(10110100111010010011101)_2 = ()_{16}$
- $(10011010111001010110100)_2 = ()_8$
- $(LIMBO)_{25} = ()_5$
- $(A5F2)_{16} = ()_2$

c) Führen Sie folgende Rechenoperationen in den gegebenen Zahlensystemen durch und geben Sie das Ergebnis in dem vorgegebenen Zahlensystem an:

- $(713)_8 + (742)_8 = ()_{16}$
- $(10101101)_2 - (10100110)_2 = ()_{10}$
- $(201)_3 \cdot (22)_3 = ()_6$
- $(A52)_{14} \cdot (A0)_{14} = ()_{18}$

Anmerkung: Zahlensysteme mit einer Basis größer 10 enthalten alphanumerische Zeichen um alle Ziffern darstellen zu können. Beispielsweise enthält das Hexadezimalsystem (Basis 16) folgende Ziffern: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F. Beim 18er System kommen zu den genannten Ziffern noch die „Ziffern“ G und H hinzu, etc.

Aufgabe 6: Die 0 im 1er-Komplement

Der Wert einer Kette von Bits der Länge w im 1er-Komplement lässt sich über folgende Formel errechnen:

$$\mathsf{one}(x) \quad = \quad -x_{w-1} \cdot (2^{w-1} - 1) + \textstyle\sum_{i=0}^{w-2}(x_i \cdot 2^i)$$

Wie, und auf wie viele Arten und Weisen, können Sie die Zahl 0 im 1er-Komplement darstellen?

Aufgabe 7: ($\star$) **Gleitkommazahlen nach IEEE-754**

Stellen Sie die Zahlen -10.625 und 0.3828125 im IEEE-754 Format dar.

Aufgabe 8: Fallstricke in der Programmierung

Mitunter verhalten sich Computerprogramme anders als erwartet, was mit Unachtsamkeiten bei der Zahleninterpretation zusammenhängen kann. Betrachten Sie z. B. folgendes Programm in C:

```
float sum(float a[], unsigned int length) {
    int i = 0;
    float result = 0.0f;
    for (i = 0; i <= length-1; i++) {
        result += a[i];
    }
    return result;
}
```

In diesem Programm werden die in einem Array `a` gespeicherten Werte aufsummiert. Die Summe wird dann zurückgeliefert. Was passiert, falls das Programm mit dem Wert 0 für den Parameter `length` aufgerufen wird? Wie kann man dieses Problem einfach beheben?

Aufgabe 9: Assoziativität bei IEEE-754

Betrachten Sie folgendes Programm, unter der Annahme dass der `float` Datentyp Fließkommazahlen nach dem IEEE-754 Standard bereitstellt:

```
float a, b, c, d;
float x, y;
...
x = a + b + c;
y = b + c + d;
```

Offensichtlich enthält dieses Programm Additionen, die mehrfach auf den gleichen Werten ausgeführt werden, nämlich die Summenbildung von `b` und `c` in beiden Zuweisungen. Um Rechenzeit für dieses Programm zu optimieren, könnte man einfach eine zusätzliche Variable `t` einführen, um den Wert der Addition zwischenzuspeichern.

```
t = b + c;
x = a + t;
y = t + d;
```

Verhält sich dieses optimierte Programme genauso wie das ursprüngliche Programm? Begründen Sie Ihre Antwort.