RHEINISCH-WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE AACHEN

LEHRSTUHL INFORMATIK XI SOFTWARE FÜR EINGEBETTETE SYSTEME

Professor Dr.-Ing. Stefan Kowalewski
Hilal Diab, M.Sc.
Kamal Barakat, M.Sc
Dipl.-Inform. Dominik Franke

Aachen, 5. Februar 2010
SWS: V4/Ü2, ECTS: 7

Einführung in die Technische Informatik

WS 2009/2010

Alte Klausuraufgaben

Aufgabe 1 : Zahlendarstellung (15 Punkte)

a) Konvertieren Sie die gegebenen Zahlen in das jeweils angegebene Zahlensystem! [6 Punkte]

(i) $(322)_{10} = (\boxed{101000010})_2$

(ii) $(133)_7 = (\boxed{73})_{10}$

(iii) $(AA5E)_{16} = (\boxed{22221132})_4$

b) Stellen Sie die folgenden Zahlen als BCD-Code inklusive Vorzeichen dar! [2 Punkte]

(i) $(513)_{10} = (\boxed{1010010100010011})_{BCD}$

(ii) $(-489)_{10} = (\boxed{1011010010001001})_{BCD}$

c) Stellen Sie die Zahl $(-224,375)_{10}$ als IEEE-754-Gleitkommazahlen mit einer Länge von 32 Bits dar! [6 Punkte]

Lösung: Berechnung der Dualdarstellung der obigen Zahl:

$$\begin{aligned}(224)_{10} &= (11100000)_2\\ 0,375*2 &= 0,750\\ 0,750*2 &= 1,5\\ 0,5*2 &= 1,0\\ (0,375)_{10} &= (0,011)_2\\ (224,375)_{10} &= (11100000,011)_2\end{aligned}$$

Berechnung des Exponenten:

$$11100000,011 \quad = \quad 1,1100000011 \cdot 2^7 = 1,1100000011 \cdot 2^{134-127} \Rightarrow E = (134)_{10} = (10000110)_2$$

Vorzeichen: $S = 1 \Rightarrow (-1)^S = -1$

Tragen Sie das 32-Bit-IEEE-Gleitkomma-Ergebnis hier ein:

VZ	Exponent								Mantisse																						
1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Aufgabe 2 : Funktionale Vollständigkeit, Boolesche Algebra (5 Punkte)

Für diese Aufgabe sei ausschließlich bekannt, dass $\{+, \cdot, \neg\}$ funktional vollständig ist.

a) Zeigen Sie: $\{\uparrow\}$ ist funktional vollständig. [3 Punkte]

Lösung: $\uparrow$ bedeutet „NAND“

(i) $\overline{X} = \overline{X} + \overline{X} = \overline{\overline{\overline{X} + \overline{X}}} = \overline{X \cdot X} = X \uparrow X$

(ii) $X + Y = \overline{\overline{X + Y}} = \overline{\overline{X} \cdot \overline{Y}} = \overline{X} \uparrow \overline{Y} \overset{(i)}{=} (X \uparrow X) \uparrow (Y \uparrow Y)$

(iii) $X \cdot Y = \overline{\overline{X \cdot Y}} = \overline{X \uparrow Y} \overset{(i)}{=} (X \uparrow Y) \uparrow (X \uparrow Y)$

b) Was versteht man unter einer Booleschen Algebra? Formulieren Sie Ihre Antwort in vollständigen Sätzen! [2 Punkte]

Lösung: Unter einer Booleschen Algebra versteht man einen komplementären, distributiven Verband, in dem es ein kleinstes (0) und ein größtes (1) Element gibt.

Aufgabe 3 : Schaltnetz (5 Punkte)

Gegeben sei die folgende Wertetabelle einer Booleschen Funktion $f : B^3 \to B$:

X_2	X_1	X_0	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

a) Geben Sie die DNF von f an! [1 Punkt]

Lösung: $f_{DNF} = \overline{X}_2\overline{X}_1\overline{X}_0 + \overline{X}_2\overline{X}_1X_0 + \overline{X}_2X_1X_0 + X_2\overline{X}_1X_0 + X_2X_1\overline{X}_0$

b) Geben Sie die KNF von f an! [1 Punkt]

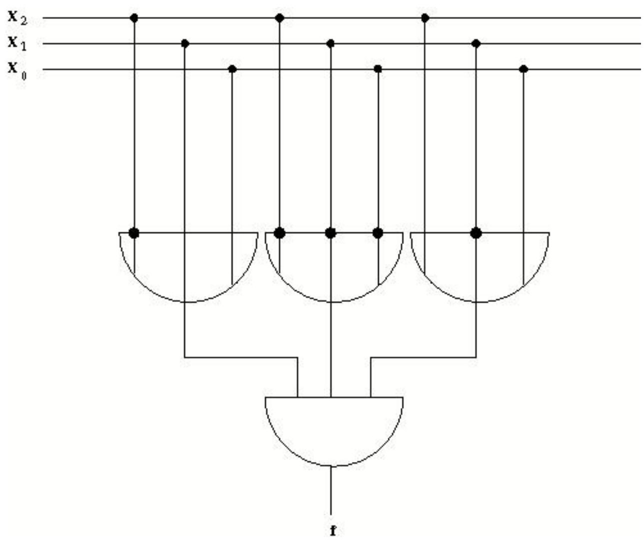
Lösung: $f_{KNF} = (\overline{X}_2 + X_1 + X_0) \cdot (\overline{X}_2 + \overline{X}_1 + \overline{X}_0) \cdot (X_2 + \overline{X}_1 + X_0)$

c) Welche Realisierung ist unter Verwendung von Und- und Oder-Gattern, sowie Negationen mit Fan-In = 2 günstiger? Geben Sie die Kosten $K(f_{DNF})$ und $K(f_{KNF})$ an. Gehen Sie dabei davon aus, dass die Kosten von Und- und Oder-Gatter jeweils 1 betragen, die Negation kostenlos ist. [1 Punkt]

Lösung:
$K_{f_{DNF}} = 4 + 2 \cdot 5 = 14$(4 Oder-Gatter + 2 Und-Gatter pro Minterm)
$K_{f_{KNF}} = 2 + 2 \cdot 3 = 8$(2 Und-Gatter + 2 Oder-Gatter pro Maxterm)
$\Rightarrow K_{f_{DNF}} > K_{f_{KNF}} \Rightarrow$ KNF ist günstiger.

d) Zeichnen Sie für die kostengünstigere Darstellung ein Schaltnetz aus Und- und Oder-Gattern (Fan-In beliebig) und Negationen! [2 Punkte]

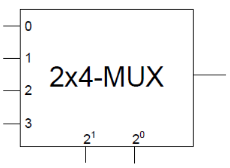
Lösung:



Aufgabe 4 : Multiplexer (10 Punkte)

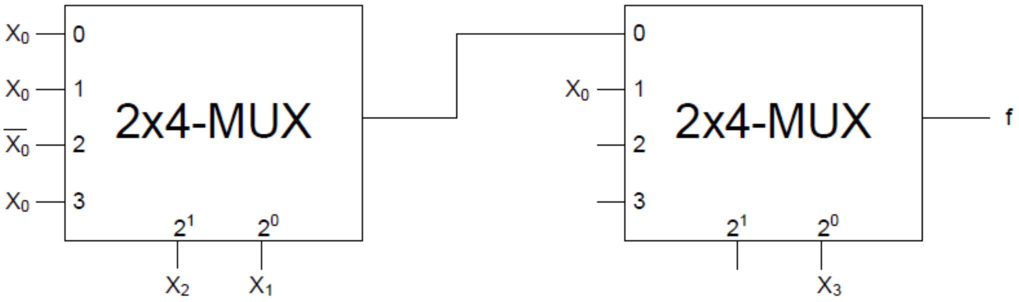
Gegeben sei die Boolesche Funktion $f : B^4 \to B$, mit den einschlägigen Indizes 1, 3, 4, 7, 9, 11, 13 und 15.

a) Skizzieren Sie, wie sich f mit Hilfe von zwei 2-MUXen der Form



realisieren lässt! (Tipp: Versuchen Sie zunächst, die Funktion mittels drei 2-MUXen zu realisieren.) [5 Punkte]

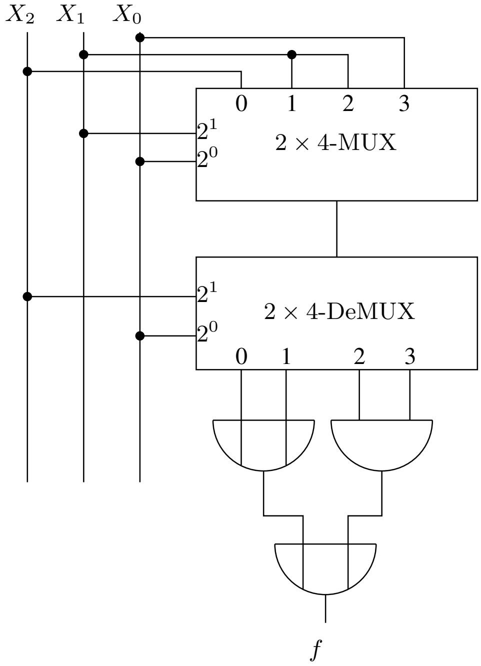
Lösung:



b) Ist die Verwendung von zwei 2-MUXen in Teil a) sinnvoll? Begründen Sie Ihre Antwort! [1 Punkt]

Lösung: Nein, da sich der zweite MUX auch durch einen 1-MUX ersetzen lässt.

c) Bestimmen Sie die Funktionstabelle einer Funktion f, die durch folgendes Schaltnetz gegeben ist! [4 Punkte]



X_2	X_1	X_0	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Aufgabe 5 : Schaltnetz, Minimierung (5 Punkte)

Gegeben sei eine boolesche Funktion $f : B^4 \to B$ mit

$f(X_3, X_2, X_1, X_0) = 1 \Leftrightarrow (X_3X_2X_1X_0)$ ist die Big-Endian-Dualdarstellung einer Dezimalziffer.

a) Minimieren Sie f mit Hilfe des vorgegebenen Karnaugh-Diagramms! [3 Punkte]

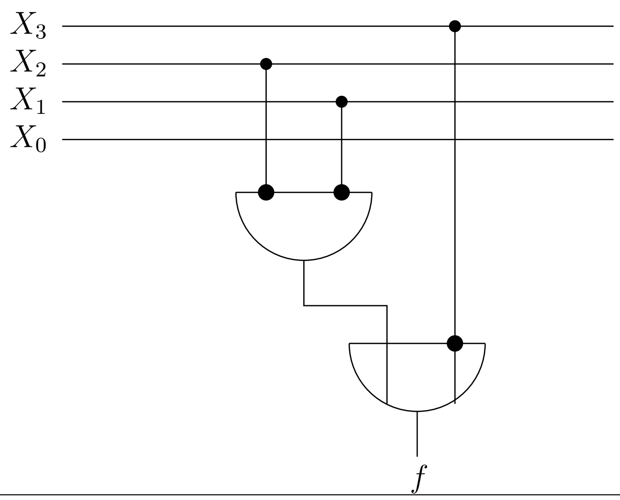
		x_3x_2			
		00	01	11	10
x_1x_0	00	1	1		1
	01	1	1		1
	11	1	1		
	10	1	1		

Das Minimalpolynom von f lautet:

Lösung: $f = \overline{X}_2\overline{X}_1 + \overline{X}_3$

b) Skizzieren Sie die in a) minimierte Schaltung aus Und- und Oder-Gattern (Fan-In beliebig), sowie Invertern! [2 Punkte]

Lösung:



Aufgabe 6 : Disjunktive Normalform und Konjunktive Normalform (6 Punkte)

Sei $f : B^3 \to B$ die Boolesche Funktion mit $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ gdw. $(x_1x_2x_3)_2$ durch 3 oder 4 teilbar ist.

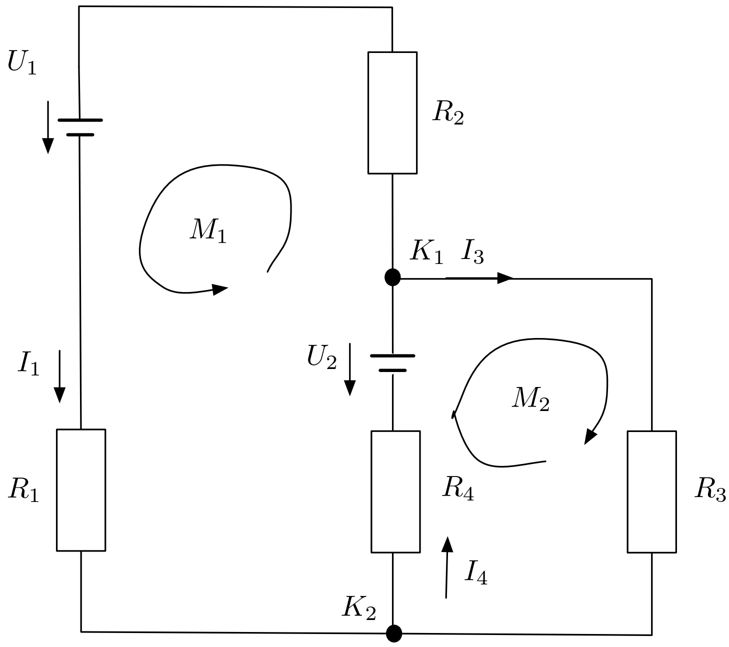
a) Kreuzen Sie in der nebenstehenden Liste genau die Terme an, die zur DNF von $f(x_1, x_2, x_3)$ gehören.

b) Kreuzen Sie in der nebenstehenden Liste genau die Terme an, die zur KNF von $f(x_1, x_2, x_3)$ gehören.

	a)	b)
$\overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3$	■	□
$x_1x_2x_3$	□	□
$x_1 + \overline{x}_2 + x_3$	□	■
x_1x_2	□	□
$\overline{x}_1 + \overline{x}_3$	□	□
$\overline{x}_1x_2x_3$	■	□
$x_1\overline{x}_2\overline{x}_3$	■	□
$x_1\overline{x}_2x_3$	□	□
$x_1\overline{x}_3$	□	□
$\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + \overline{x}_3$	□	■
$\overline{x}_1 + x_2 + x_3$	□	□
$x_2 + \overline{x}_3$	□	□
$\overline{x}_1x_2\overline{x}_3$	□	□
$\overline{x_1 + x_2}$	□	□
$x_1x_3 + \overline{x_2 + x_3}$	□	□
$\overline{x}_1\overline{x}_2x_3$	□	□
$\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + x_3$	□	□
$x_1 + \overline{x}_2 + \overline{x}_3$	□	□
$x_1x_2\overline{x}_3$	■	□
$x_1 + x_2 + \overline{x}_3$	□	■
$x_1 + x_2$	□	□
$\overline{x}_1 + x_2 + \overline{x}_3$	□	■
$x_1 + x_2 + x_3$	□	□
$\overline{x}_2\overline{x}_3$	□	□

Aufgabe 7 : Kirchhoff'sche Regeln (10 Punkte)

Gegeben sein das folgende Netz mit den Kenngrößen $U_1 = 8$ V, $U_2 = 12$ V, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$, $R_4 = 8\ \Omega$.



a) Definieren Sie entsprechende Zweige, Maschen, Knoten, Zweigströme in der Zeichnung und stellen Sie ein Gleichungssystem für die Maschen mit Hilfe der Kirchhoff'schen Regeln auf.

$$\begin{aligned}
M1: \quad & I1 * R4 - U2 + I1 * R2 + U1 + I1 * R1 + I3 * R4 = 0 \\
M2: \quad & I3 * R3 + I3 * R4 - U2 + I1 * R4 = 0 \\
& I1(R4 + R2 + R1) + I3 * R4 = U2 - U1 \\
& I1 * R4 + I3(R3 + R4) = U2
\end{aligned}$$

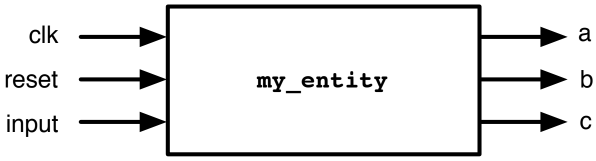
Einsetzen der Werte in die Gleichungen :
$I1(15W) + I3(8W) = 4V$ und $1(8W) + I3(12W) = 12V$ $8I_1 + 12I_3 = 12 \Leftrightarrow I_1 = 3/2 - 3/2I_3$. Einsetzen: $15 \cdot 3/2 - 15 \cdot 3/2I_3 + 8I_3 = 4 \Leftrightarrow -29/2I_3 = -37/2 \Leftrightarrow I_3 = 37/29$

b) Bestimmen Sie den Strom I_3.

I_3: $\frac{37}{29}$ A ≈ 1.275 A

Aufgabe 8 : VHDL (10 Punkte)

Gegeben sei das folgende Blockdiagramm der logischen Schaltung `my_entity`.



a) Geben Sie den VHDL-Code für `my_entity` an. Ein- und Ausgabesignale sind jeweils ein Bit breit.

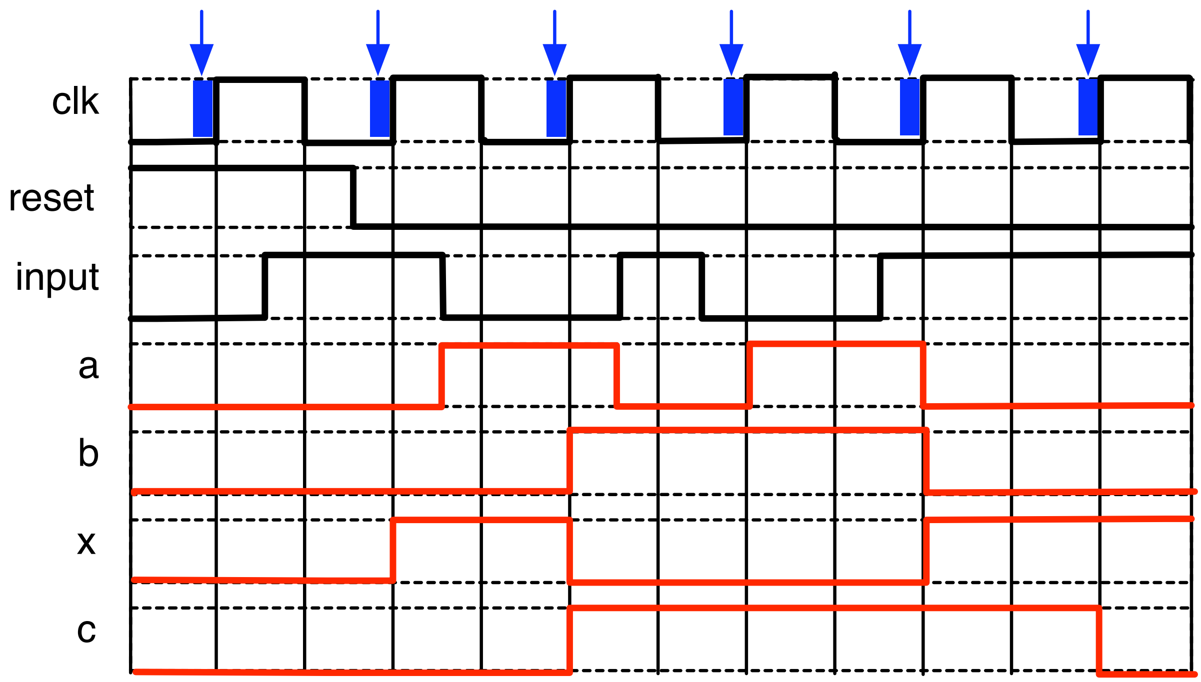
```
entity my_entity is
  port(
    clk, reset, input : in std_logic;
    a, b, c, : out std_logic   );
end entity my_entity;
```

b) Gegeben sei nun das folgende VHDL-Programm. Tragen Sie in das untenstehende Diagramm die Pegel der Signale ein.

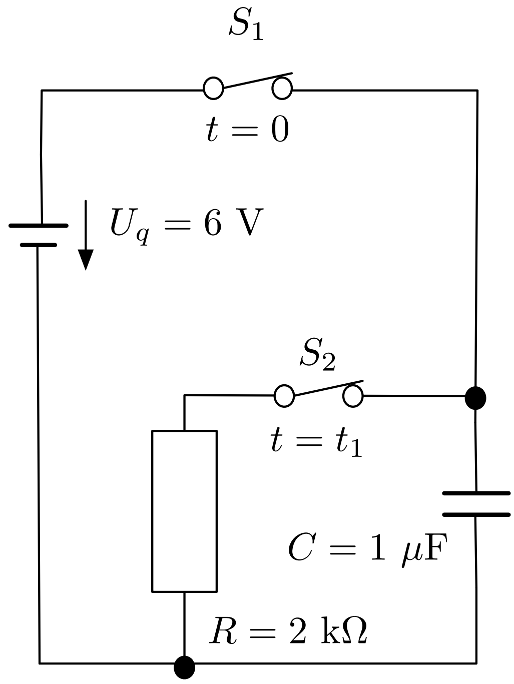
```
architecture behavioral of my_entity is
  signal x : std_logic;
begin
proc_1 : process(clk, reset, input)
begin
  if reset = '1' then
    a <= '0';
  elsif clk = '1' then
    a <= not input;
  end if;
end process;
```

(weiter auf der nächsten Seite ...)

```
proc_2 : process(clk, reset)
begin
  if reset = '1' then
    b <= '0';
  elsif clk'event and clk = '1' then
    b <= not input;
  end if;
end process;
proc_3 : process(clk, reset)
begin
  if reset = '1' then
    x <= '0';
    c <= '0';
  elsif clk'event and clk = '1' then
    x <= input;
    if x = '1' then
      c <= not input;
    end if;
  end if;
end process;
end behavioral;
```



Aufgabe 9 : Kondensator (10 Punkte)



Gegeben sei folgende Kondensatorschaltung. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S_1 geöffnet und damit der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt. Zum Zeitpunkt $t = t_1$ wird der Schalter S_2 geöffnet und damit der Entladevorgang abgebrochen. Die Spannung am Kondensator wird gemessen.

a) Bestimmen Sie die Zeitkonstante τ in Millisekunden.

$$\tau = \boxed{R \cdot C = 2}$$

b) Ermitteln Sie die Zeit t_1, wenn nach dem Öffnen von S_2 die Kondensatorspannung $u_C(t = t_1) = 1.2$ V beträgt. *Hinweis:* $\ln 5 \approx 1.61$.

$$\boxed{3.22 \text{ ms}}$$

a) Die Entladezeitkonstante lautet $\tau = R \cdot C$. Damit ergibt sich die Schnelligkeit des Aufladevorganges zu:

$$\begin{aligned} \tau &= 2 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \\ \tau &= 2 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 2 \text{ ms}. \end{aligned}$$

2 Punkte

b) Für den Entladevorgang gilt: $u_C = U_q \mathrm{e}^{-\frac{t_1}{\tau}}$ mit $\tau = R \cdot C$ und $t_1 = t$. Isolieren der Exponentialfunktion und beiderseitiges Logarithmieren der Gleichung liefert:

$$\begin{aligned} \frac{u_C}{U_q} &= \mathrm{e}^{-\frac{t_1}{\tau}} \\ \ln \frac{u_C}{U_q} &= \ln \mathrm{e}^{-\frac{t_1}{\tau}} \\ \Rightarrow -\frac{t_1}{\tau} &= \ln \frac{u_C}{U_q} \\ \Rightarrow t_1 &= \tau \cdot \ln \frac{U_q}{u_C} \\ t_1 &= 2 \text{ ms} \cdot \ln \frac{6 \text{ V}}{1.2 \text{ V}} = 2 \text{ ms} \cdot 1.61 = 3.22 \text{ ms} \end{aligned}$$

2 Punkte Ansatz

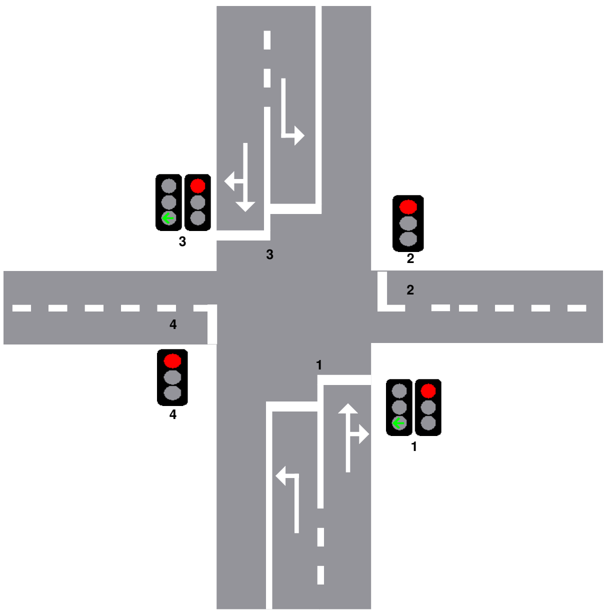
2 Punkte Logarithmieren

2 Punkte fürs Herleiten von t_1

2 Punkte Ergebnis

Aufgabe 10 : Ampelschaltung (10 Punkte)

Gegeben sei eine Straßenkreuzung mit vier Ampeln wie in der Abbildung dargestellt. Die Hauptstraße besitzt in jede Richtung jeweils eine Ampel für die Fahrtrichtungen geradeaus und rechts sowie eine für Linksabbieger. Die Ampeln 2 und 4 der Nebenstraßen unterscheiden nicht zwischen Fahrtrichtungen. In der folgenden Tabelle ist ersichtlich welche Zustände die Ampeln 1 und 3 bzw. 2 und 4 annehmen können und welche Lichter jeweils leuchten. Dabei bezeichnen R, Y und G die Farben rot, gelb und grün. Index L sagt aus, dass sich das Licht auf die Linksabbiegerampel bezieht.

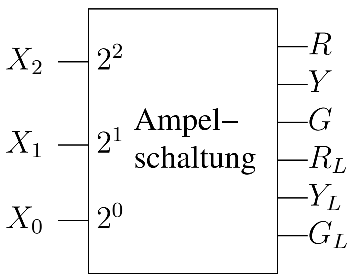


Ampeln 1 und 3	
Zustand	Lichter
0	R, R_L
1	R, Y, R_L
2	G, R_L
3	Y, R_L
4	R, R_L, Y_L
5	R, G_L
6	R, Y_L

Ampeln 2 und 4	
Zustand	Lichter
0	R
1	R, Y
2	G
3	Y

In der Abbildung sind beispielsweise die Ampeln 1 und 3 jeweils in Zustand 5.

a) Die Ampelschaltung für die einzelne Ampel 1 (bzw. 3) lässt sich als Black-Box folgendermaßen darstellen:



X_2, X_1 und X_0 repräsentieren hierbei die Eingänge. Die Ausgänge R, Y, G, R_L, Y_L, G_L werden entsprechend zur Ansteuerung der einzelnen Lampen der Ampel verwendet. Bestimmen Sie mit Hilfe der gegebenen Karnaugh-Diagramme für jede Lampe eine minimierte boolesche Funktion $f_Z(X_2, X_1, X_0)$, wobei $Z \in \{R, Y, G, R_L, Y_L, G_L\}$. Berücksichtigen Sie bei der Minimierung auch die Tatsache, dass es keinen Zustand 7 gibt! [6 Punkte]

x_0 \ x_2x_1	00	01	11	10
0	1		1	1
1	1		D	1

$f_R = \overline{X}_1 + X_2$

x_0 \ x_2x_1	00	01	11	10
0				
1	1	1	D	

$f_Y = \overline{X}_2 X_0$

x_0 \ x_2x_1	00	01	11	10
0		1		
1			D	

$f_G = \overline{X}_2 X_1 \overline{X}_0$

x_0 \ x_2x_1	00	01	11	10
0	1	1		1
1	1	1	D	

$f_{R_L} = \overline{X}_2 + \overline{X}_1 \overline{X}_0$

x_0 \ x_2x_1	00	01	11	10
0			1	1
1			D	

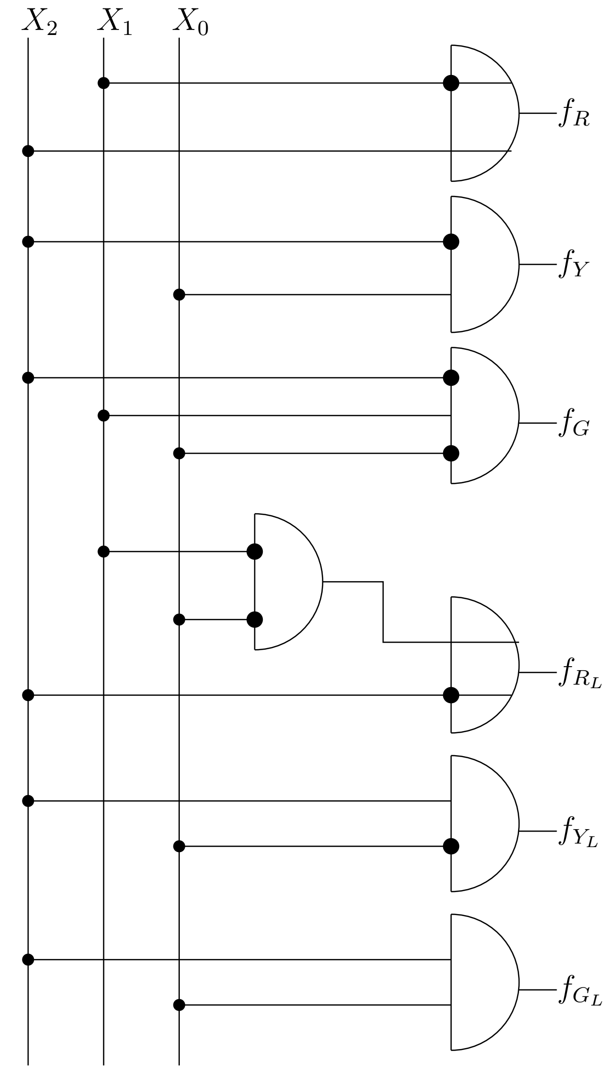
$f_{Y_L} = X_2 \overline{X}_0$

x_0 \ x_2x_1	00	01	11	10
0				
1			D	1

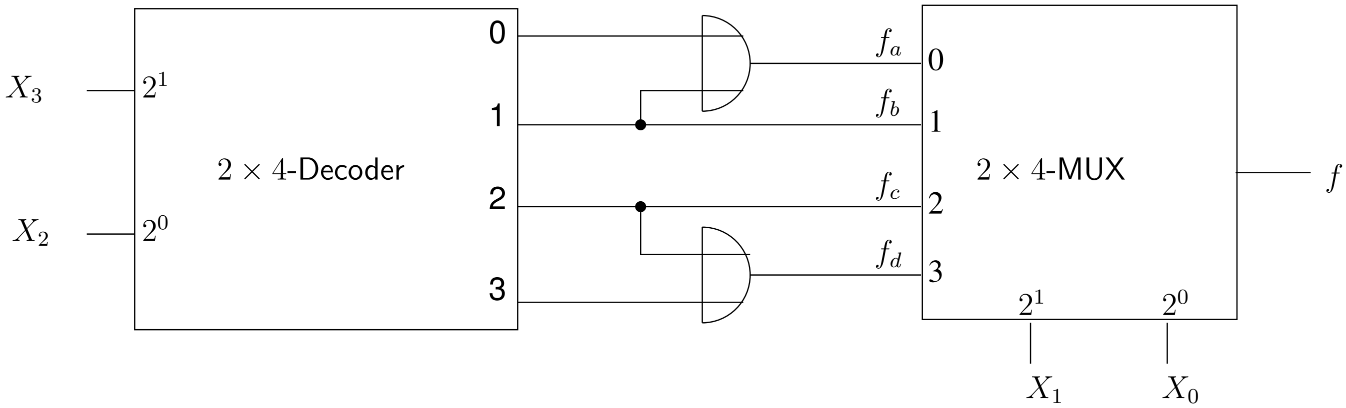
$f_{G_L} = X_2 X_0$

b) Erstellen Sie für die Schaltung aus Aufgabenteil a) ein Schaltnetz bestehend aus Und- und Oder-Gattern mit beliebigem Fan-In, sowie Negationen, also eine Schaltung die in Abhängigkeit ihres Zustands (0-6) bestimmte Lichter ein- bzw. ausschaltet![4 Punkte]

Lösung:



Aufgabe 11 : Decoder/MUX (10 Punkte)
Gegeben sei folgendes Schaltbild einer booleschen Funktion f. Vervollständigen Sie die gegebene Wertetabelle!



X_3	X_2	X_1	X_0	f_a	f_b	f_c	f_d	f	X_3	X_2	X_1	X_0	f_a	f_b	f_c	f_d	f
0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1

Aufgabe 12 : OBDD (10 Punkte)

a) Welche Grundregeln zur Minimierung von bereits blattreduzierten OBDDs kennen Sie? Erläutern Sie diese Grundregeln! [6 Punkte]

Lösung:

- Elimination: Sofern im OBDD von einem Knoten A beide ausgehenden Pfade zu demselben Knoten B führen, lässt sich A eliminieren, da der Wert der Variablen, die durch A repräsentiert wird, an dieser Stelle irrelevant ist. Die in den zu eliminierenden Knoten A eingehenden Kanten werden dann direkt mit Knoten B verbunden.
- Verjüngung: Sofern zwei Knoten A und B, die dieselbe Variable repräsentieren, über beide ausgehenden Kanten mit jeweils demselben Knoten C verbunden sind, können A und B zu einem einzigen Knoten AB zusammengefasst werden. Die in A und B eingehenden Kanten werden dann direkt mit AB verbunden.

b) Gegeben sei die boolesche Funktion $f : B^3 \to B$ mit

$$f(X_2, X_1, X_0) = 1 \Leftrightarrow (X_2X_1X_0)_2 \text{ ist durch 3 teilbar.}$$

Stellen Sie im folgenden Bild die Funktion f als OBDD mit der Variablenordnung $X_2 < X_1 < X_0$ dar! Verwenden Sie dabei die Hilfslinien als Anhaltspunkte für die Ebenen und die Lücken in den Hilfslinien für die einzelnen Variablen (Knoten)! Verwenden Sie, wie aus Vorlesung und Übung bekannt, gestrichelte Linien für die Variablenbelegung 0 und durchgezogene Linien für die Variablenbelegung 1. Verzweigen Sie für die

Variablenbelegung 0 nach links, für 1 nach rechts! [4 Punkte]