RWTH RHEINISCH-WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE AACHEN
Professor Dr.-Ing. Stefan Kowalewski
Hilal Diab, M.Sc.
Kamal Barakat, M.Sc
Dipl.-Inform. Dominik Franke

LEHRSTUHL INFORMATIK XI SOFTWARE FÜR EINGEBETTETE SYSTEME

Aachen, 27. November 2009
SWS: V4/Ü2, ECTS: 7

Einführung in die Technische Informatik

WS 2009/2010

Blatt 6 : Musterlï¿½sung

Aufgabe 1: ($\star$)OBDD

Die Boolsche Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ sei durch folgende Wertetabelle gegeben:

$x_3x_2x_1x_0$	$f(x_3, x_2, x_1, x_0)$	$x_3x_2x_1x_0$	$f(x_3, x_2, x_1, x_0)$
0 0 0 0	0	1 0 0 0	0
0 0 0 1	0	1 0 0 1	1
0 0 1 0	0	1 0 1 0	1
0 0 1 1	0	1 0 1 1	1
0 1 0 0	1	1 1 0 0	1
0 1 0 1	1	1 1 0 1	1
0 1 1 0	0	1 1 1 0	1
0 1 1 1	0	1 1 1 1	0

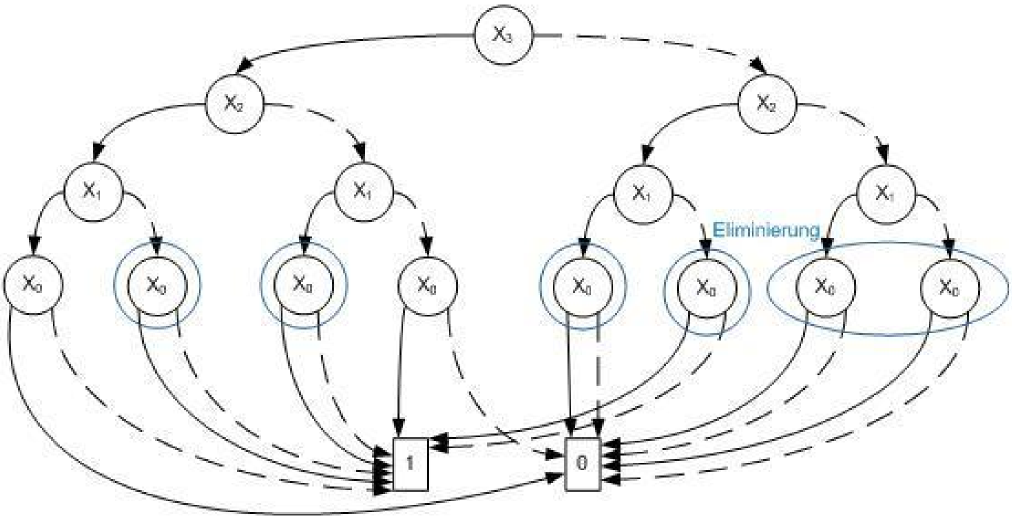
a) Zeichnen Sie das OBDD der Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ zur Variablenordnung $x_3 < x_2 < x_1 < x_0$ und minimieren Sie es. Lesen Sie die minimierte Darstellung von $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ aus dem OBDD ab.

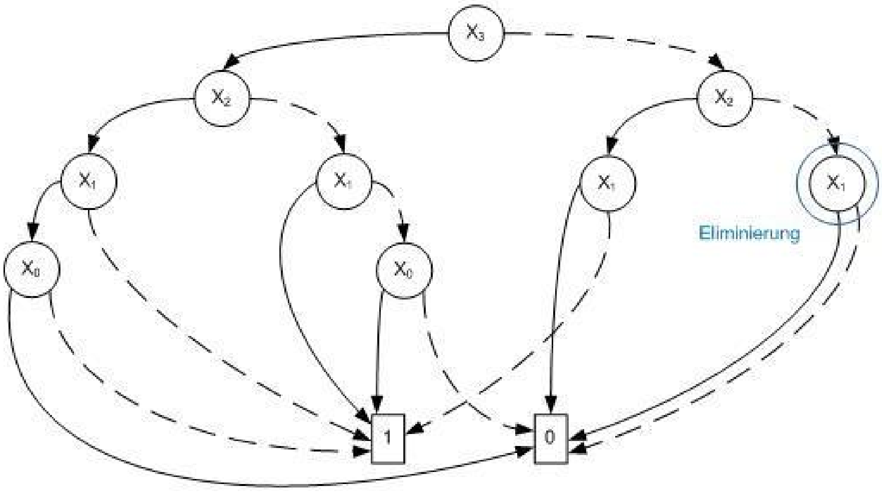
b) Führen Sie die Schritte aus a) für die Variablenordnung $x_0 < x_1 < x_2 < x_3$ aus und vergleichen Sie die Ergebnisse.

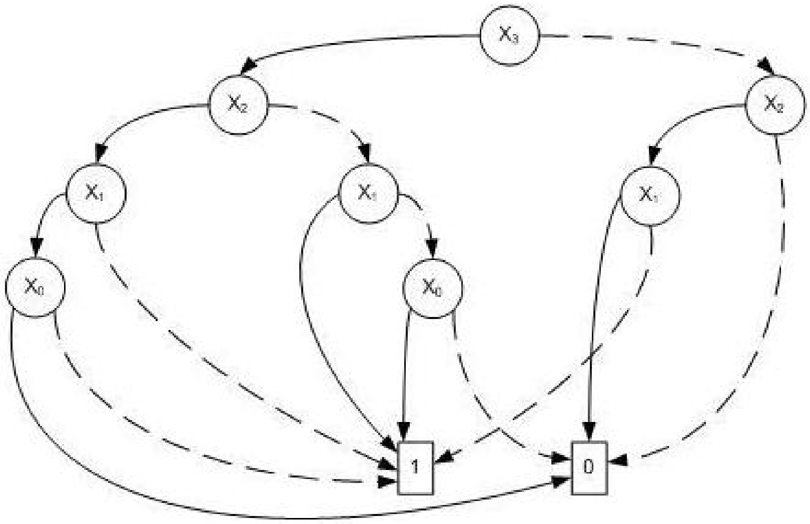
c) Minimieren Sie die Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ mit Hilfe eines Karnaugh-Diagramms. Welche Methode der Minimierung war für die gegebene Funktion die günstigste?

Lösungsvorschlag

a) Variablenordnung $x_3 < x_2 < x_1 < x_0$:

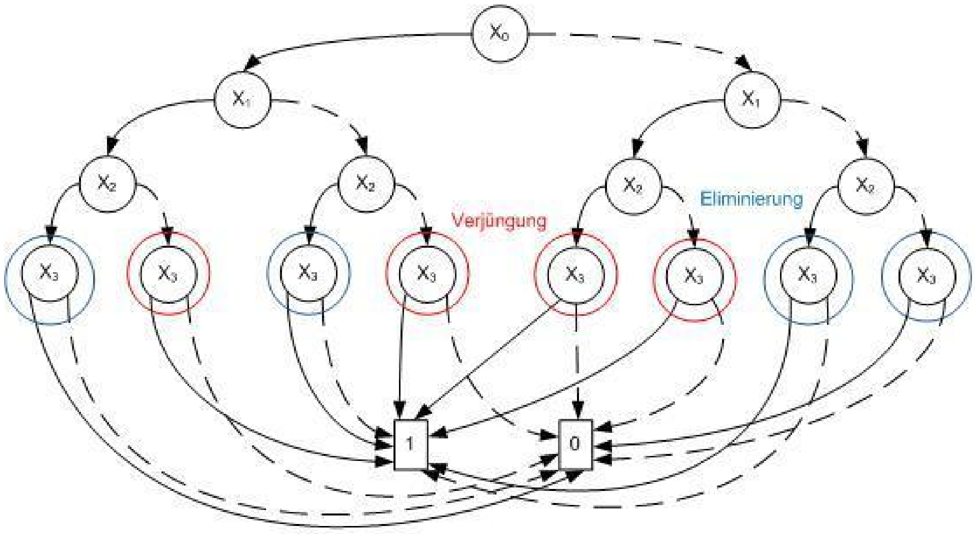


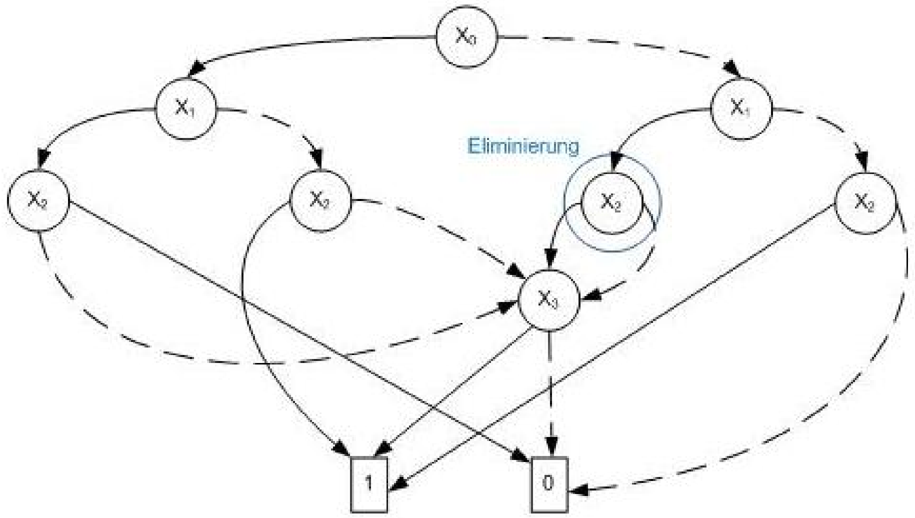


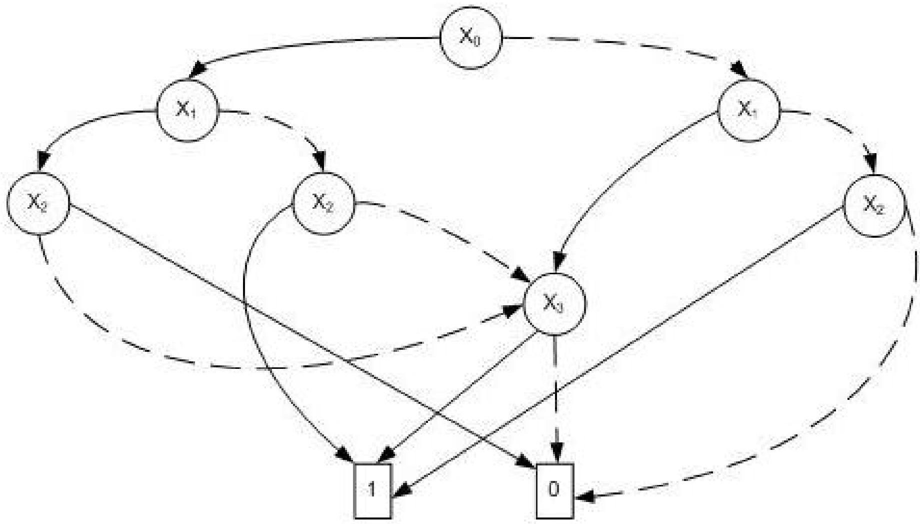


$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3x_2x_1\bar{x}_0 + x_3x_2\bar{x}_1 + x_3\bar{x}_2x_1 + x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 + \bar{x}_3x_2\bar{x}_1$$

b) Variablenordnung $x_0 < x_1 < x_2 < x_3$:







$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_0 x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_0 \bar{x}_1 x_2 + x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_0 x_1 x_3 + \bar{x}_0 \bar{x}_1 x_2$$

oder

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 + x_2 \bar{x}_1 x_0 + x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 + x_3 x_1 \bar{x}_0 + x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

c) Minimierung mit Karnaugh Diagramm:
$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_1 x_2 + x_3 \bar{x}_2 x_0 + x_3 x_1 \bar{x}_0$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1		1
10		1	1	1

Die Minimierung mit Karnaugh Diagramm ergibt das kostengünstigste Resultat.

Aufgabe 2: ($\star$)Minimierung mit Don't Cares

a) Gegeben Sie die folgende vierstellige boolesche Funktion:

x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	D
0	0	0	1	D
0	1	1	0	D
1	0	0	0	D
1	0	0	1	D
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	1	0	D
1	1	1	1	0

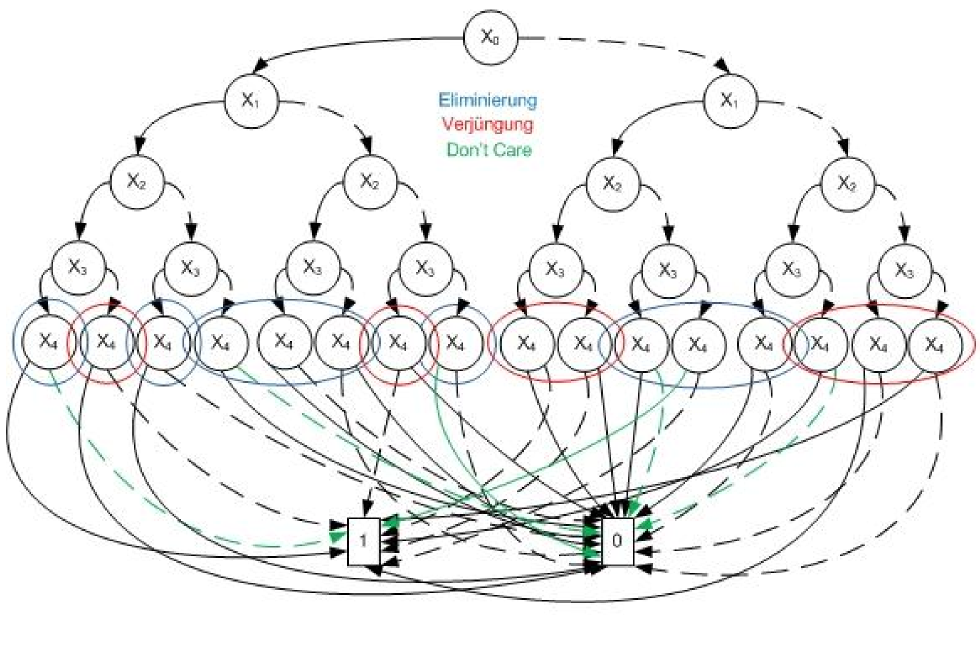
Alle restlichen Einträge seien 0. Minimieren Sie die Funktion mit Hilfe eines Karnaugh-Diagrammes!

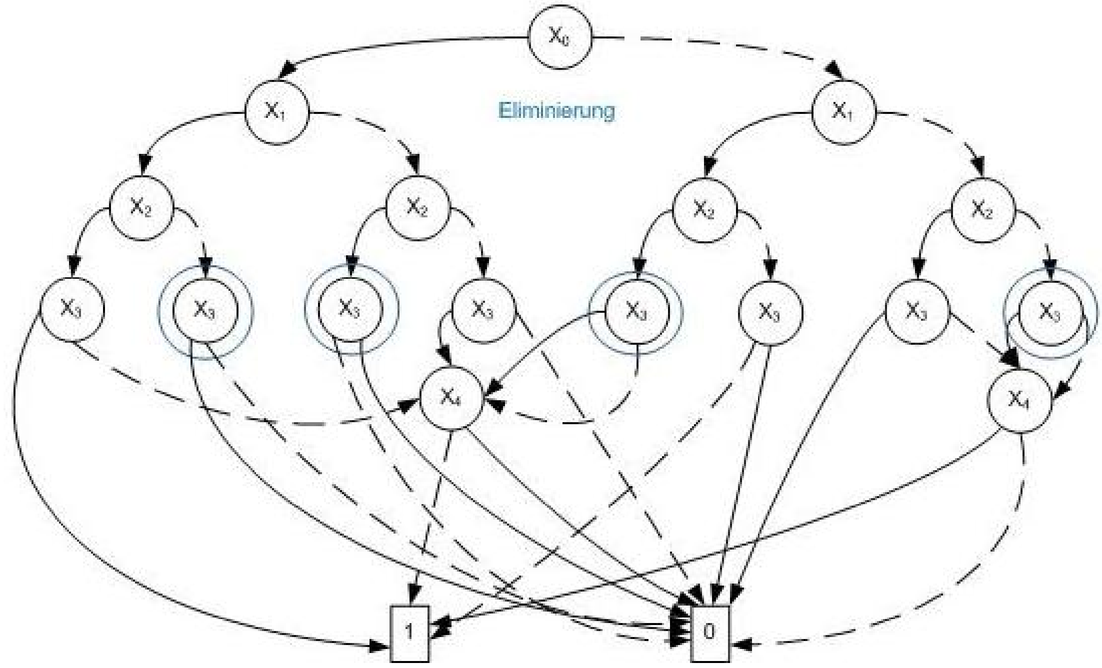
b) Eine fünfstellige boolesche Funktion habe folgende einschlägige Indizes: 2,6,7,9,14,16,20,24,31. Außerdem sei das Ergebnis der Funktion für folgende Indizes irrelevant(Don't Cares): 3,4,10,15,17,18. Minimieren Sie die Funktion mit Hilfe von einem OBDD der Variablenordnung $x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

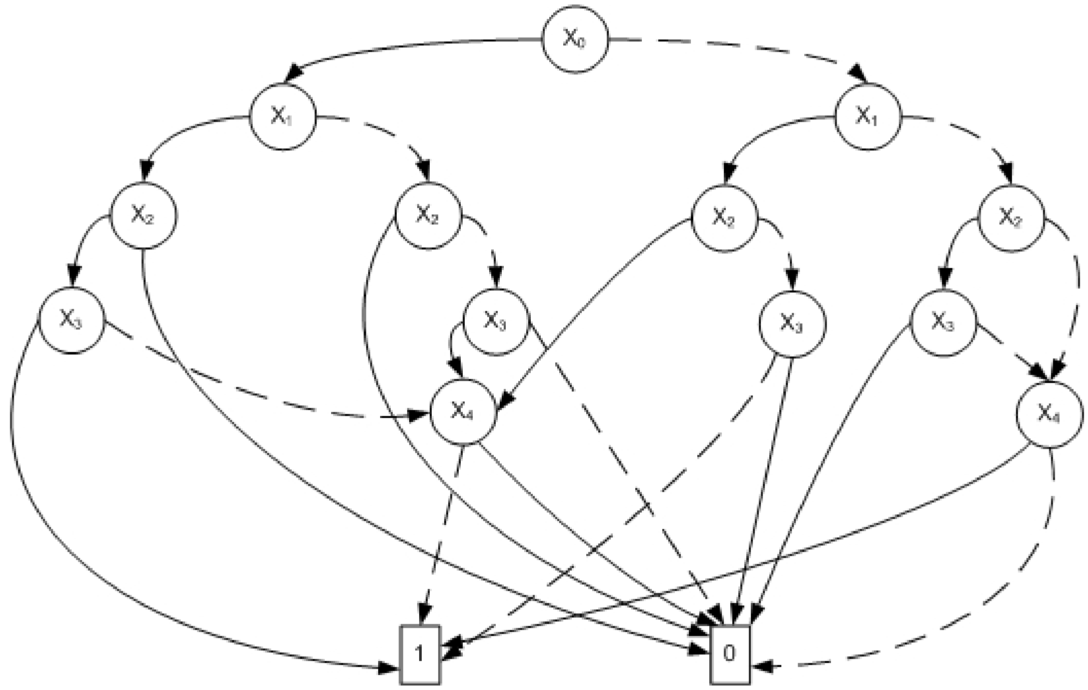
Lösungsvorschlag

a) Die Funktion kann nicht minimiert werden. Es gibt keine einschlägigen Indizes. Die Funktion lautet: f(x_3,x_2,x_1,x_0) = 0

b) Den einschlägigen Index 32 gibt es nicht. Es folgt:







Die Funktion lautet somit:
f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0) $= x_3x_2x_1x_0+\bar{x}_4\bar{x}_3x_2x_1x_0+\bar{x}_4x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0+\bar{x}_4x_2x_1\bar{x}_0+\bar{x}_3\bar{x}_2x_1\bar{x}_0+x_4\bar{x}_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0+ x_4\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0$

Aufgabe 3: ($\star$)Fehler in Minimierung

Was ist hier falsch?

X3X2 \ X1X0	00	01	10	11
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
10	1	1	1	1
11	0	0	0	0

Es ergibt sich:
$\bar{x}_3\bar{x}_2$ (rot)
$\bar{x}_3x_2$ (blau)
$x_3\bar{x}_2$ (grün)
x_3x_2 (grau)

Die Funktion lautet somit: f(x_3,x_2,x_1,x_0) $= \bar{x}_3\bar{x}_2 + \bar{x}_3x_2 + x_3\bar{x}_2 + x_3x_2$
Mit Hilfe der Resolution folgt:
f(x_3,x_2,x_1,x_0) $= \bar{x}_3\bar{x}_2 + \bar{x}_3x_2 + x_3\bar{x}_2 + x_3x_2$
$= \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_3 + x_2 = 1$

Lösungsvorschlag
Der Fehler liegt in der Beschriftung von der zweiten und dritten Spalte bzw. Zeile. Hier wechseln nämlich zwei Variablen ihre Werte (von 01 auf 10). Beim Minimieren verursacht das eine Doppelresolution ($\bar{x}y + x\bar{y} = 0$), was nicht korrekt ist. Das Karnaugh Diagramm müsste wie folgt aussehen:

x3x2 \ x1x0	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

Die minimierte Funktion lautet somit richtig:
f(x_3,x_2,x_1,x_0) $= \bar{x}_3 x_2 + x_3 \bar{x}_2 + \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_0 + \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$