RWTH RHEINISCH-WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE AACHEN

LEHRSTUHL INFORMATIK XI SOFTWARE FÜR EINGEBETTETE SYSTEME

Professor Dr.-Ing. Stefan Kowalewski
Hilal Diab, M.Sc.
Kamal Barakat, M.Sc
Dipl.-Inform. Dominik Franke

Aachen, 18. Dezember 2009
SWS: V4/Ü2, ECTS: 7

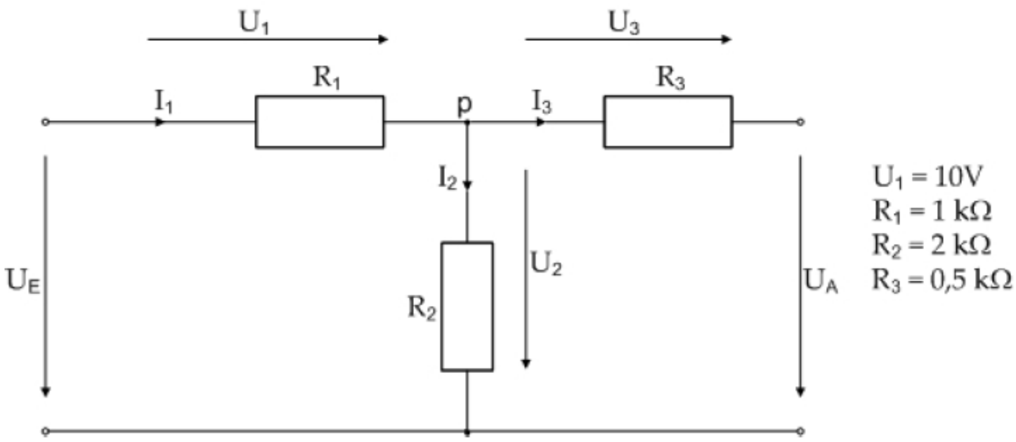
Einführung in die Technische Informatik

WS 2009/2010

Blatt 8: Musterlösung

Aufgabe 1: Spannungen, Ströme und Widerstände

Gegeben sei folgende Schaltung.



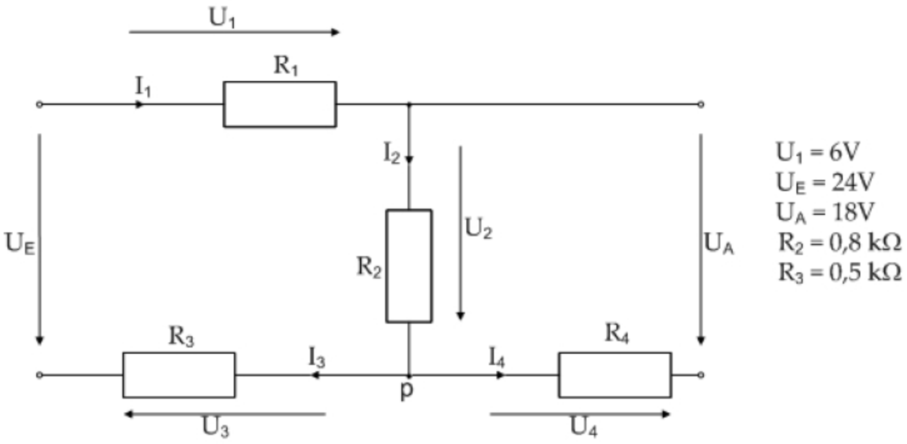
a) Berechnen Sie I_1, I_2 sowie U_2 für $I_3 = 2mA$.

b) Berechnen Sie U_E und U_A.(Es gilt weiterhin $I_3 = 2mA$.)

c) Welche Werte liegen für I_2 und I_3 vor, wenn $U_E = 20V$ gilt?
Wie müsste man unter Berücksichtigung dieser Ergebnisse R_3 verändern, um $U_A = 5V$ zu erhalten?

Aufgabe 2: ($\star$)Spannungen, Ströme und Widerstände

Gegeben sei folgende Schaltung.



a) Zeichnen Sie die Schaltung ab und fügen Sie alle Maschen in die Zeichnung ein.

b) Berechnen Sie R_1, I_2 und U_2 für $I_1 = 15mA$.

c) Berechnen Sie weiter U_3, I_3, I_4, U_4 und R_4.

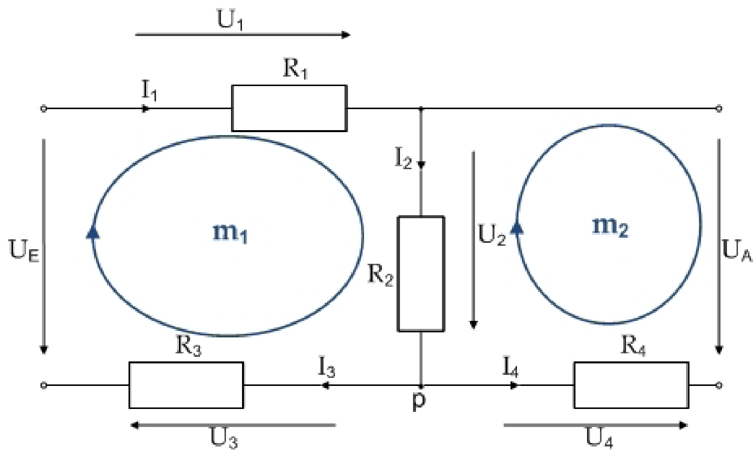
d) Welcher Wert liegt für I_1 vor, wenn $U_4 = 3V$ gilt?

Lösungsvorschlag

1. Bestimmung der Anzahl der Variablen:

$$\begin{aligned} \text{N} &= 4 \text{ Zweige} \\ \text{2N} &= 8 \text{ unbekannte Zweigströme und Spannungen} \\ \text{K} &= 2 \text{ Knoten} \\ \text{N - K + 1} &= 3 \text{ Maschen (Für die Berechnung werden allerdings nur 2 Maschen benötigt.)} \end{aligned}$$

2. Festlegen der Maschen:



3. Definition der Zweigströme
   4 Zweigströme lassen sich durch 2 Knotenregeln auf 2 reduzieren:
   $$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + 0 \\ I_3 &= I_2 - I_4 \end{aligned}$$

4. Aufstellen des Gleichungssystems mit der Maschenregel:
   $$\begin{array}{lllllllll} U_1 & + & U_2 & + & U_3 & & - & U_E & & = 0 \text{ (Masche 1)} \\ & - & U_2 & & & - & U_4 & & + \ U_A & = 0 \text{ (Masche 2)} \end{array}$$

5. Ersetzen der Zweigspannungen mit Hilfe des Ohmschen Gesetz:
   $$\begin{array}{lllllllll} R_1 \cdot (I_2 + 0) & + & R_2 \cdot I_2 & + & R_3 \cdot (I_2 - I_4) & & - \ U_E & & = 0 \\ & - & R_2 \cdot I_2 & & & - \ R_4 \cdot I_4 & & + \ U_A & = 0 \end{array}$$

6. Umformen auf die übliche Form ergibt:
   $$\begin{array}{llllll} & (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_2 & - & R_3 \cdot I_4 & = & U_E \\ - & R_2 \cdot I_2 & - & R_4 \cdot I_4 & = & - \ U_A \end{array}$$

7. Bestimmen der gesuchten Netzwerkgrößen:

   (a) Siehe Punkt 2.

   (b) Ohmsches Gesetzt: $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{6V}{15mA} = \frac{6V}{0{,}015A} = 400\Omega = 0,4k\Omega$
   Aus 3. ist ersichtlich: $I_2 = I_1 = 15mA$
   Ohmsches Gesetz: $U_2 = I_2 \cdot R_2 = 15mA \cdot 0,8k\Omega = 0,015A \cdot 800\Omega = 12V$

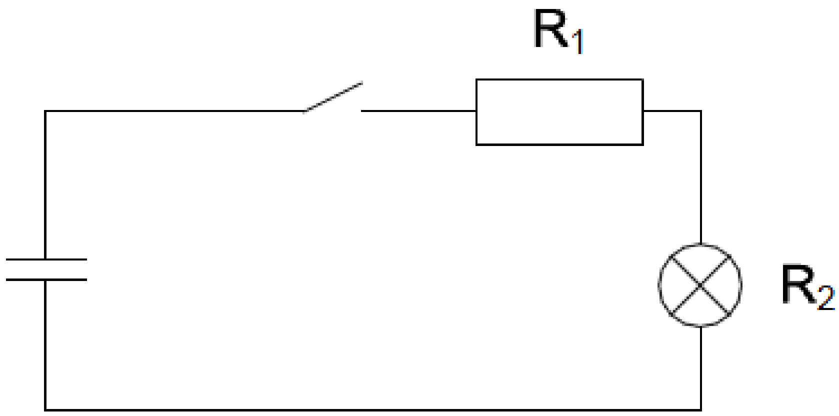
   (c) Durch 4. (Masche 1) ergibt sich: $U_3 = U_E - U_1 - U_2 = 24V - 6V - 12V = 6V$
   Ohmsches Gesetz: $I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{6V}{0{,}5k\Omega} = \frac{6V}{500\Omega} = 0,012A = 12mA$

   Durch Lösen des Gleichungssystems in 3. erhält man:
   $I_1 - I_3 = I_4 \Rightarrow I_4 = 15mA - 12mA = 3mA$
   Durch 4. (Masche 2) ergibt sich: $U_4 = U_A - U_2 = 18V - 12V = 6V$
   Ohmsches Gesetz: $R_4 = \frac{U_4}{I_4} = \frac{6V}{3mA} = \frac{6V}{0{,}003A} = 2000\Omega = 2k\Omega$

   (d) Durch 4. (Masche 2) ergibt sich: $U_2 = U_A - U_4 = 18V - 6V = 12V$
   Ohmsches Gesetz: $I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{12V}{0{,}8k\Omega} = \frac{12V}{800\Omega} = 0,015A = 15mA$
   Mit 3. folgt: $I_1 = I_2 = 15mA$

Aufgabe 3: Kondensator

Gegeben ist die folgende Kondensatorschaltung. Die Lampe hat einen Widerstand von 200Ω und lässt eine maximale Stromstärke von $20mA$ zu. Der Kondensator besitzt eine Kapazität von $500\mu F$. Für die Aufgaben sei angenommen, dass der Kondensator extern über eine Spannungsquelle auf $5V$ vollständig aufgeladen wurde. Gehen Sie bei allen Aufgaben davon aus, dass die Lampe ab $0,05V$ ihre Leuchtkraft verliert.



a) Bestimmen Sie den Wert von R_1, sodass die Stromstärke an der Lampe auf $20mA$ begrenzt ist.

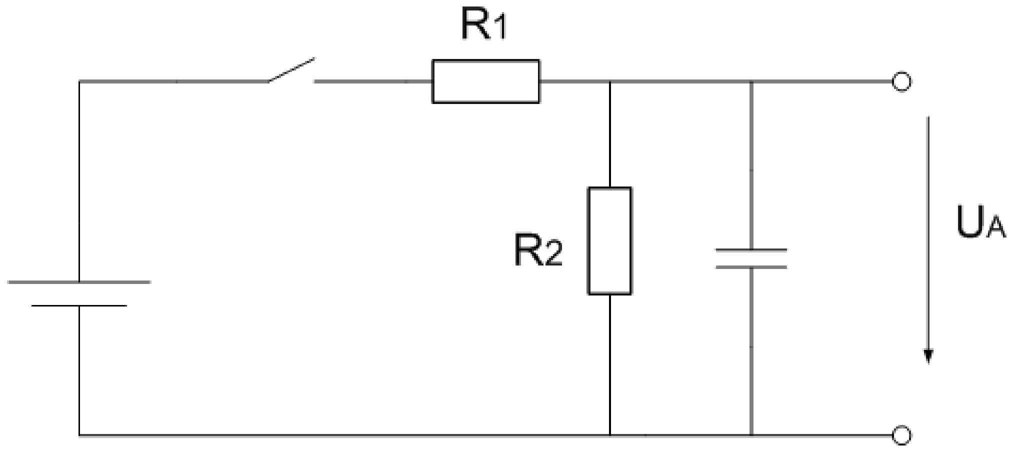
b) Wie lange leuchtet die Lampe, wenn der Stromkreis geschlossen wird?

c) Wie lässt sich mit einem zusätzlichen Kondensator die Leuchtdauer verlängern? Begründen Sie ihre Antwort.

d) Welche Kapazität muss ein zusätzlicher Kondensator besitzen, damit gemäß c) die Leuchtdauer $2s$ beträgt?

Aufgabe 4: ($\star$) Kondensator

Gegeben ist die folgende Schaltung. Die Betriebsspannung beträgt $5V$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 300\Omega$, die Kapazität des Kondensators ist $100\mu F$.



a) Wie groß ist der Spannungsabfall am Kondensator bei geschlossenem Schalter, wenn der Aufladevorgang des Kondensators abgeschlossen ist?

b) Welcher maximale Strom I fließt durch den Stromkreis nach Abschließen des Auflade-vorgangs?

c) Der Schalter wird nun so lange geschlossen, bis der Kondensator vollständig aufgeladen ist (also $5 \cdot \tau$ Zeiteinheiten lang, mit $\tau = R \cdot C$ [s]). Danach wird der Schalter geöffnet. Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Kondensatorspannung U_A bis zum Entladen des Kondensators mit Angabe aller charakteristischen Werte. Der Kondensator sei zum Zeitpunkt t = 0 vollständig entladen.

d) Der Schalter wird nun abwechselnd geöffnet und geschlossen. Dabei bleibt der Schalter $40ms$ geschlossen und $30ms$ geöffnet(eine Periode). Skizzieren Sie den Verlauf der Kondensatorspannung für 5 solche Perioden mit Angabe aller charakteristischen Werte. Der Kondensator sei zum Zeitpunkt t = 0 vollständig entladen.

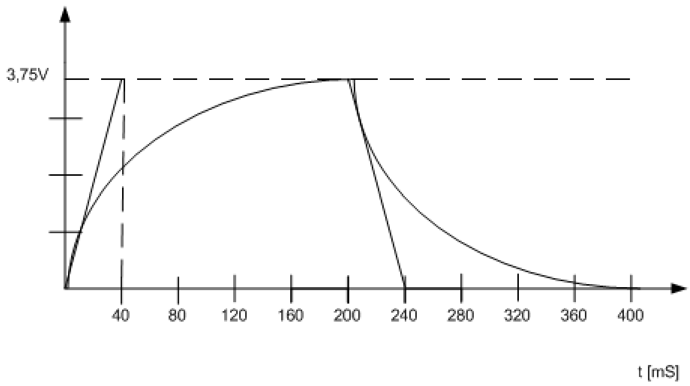
e) Angenommen, an den Spannungsklemmen(U_A) wird ein spannungsabhängiger Schalter angeschlossen, der bei einem Spannungsabfall von $3V$ schaltet. Wie lange dauert es, bis dieser Schalter schaltet? Der Kondensator sei zum Zeitpunkt t = 0 vollständig entladen. Wie müsste man die Kapazität des Kondensators ändern, damit der Spannungsabhängige Schalter erst nach $1s$ schaltet?

Lösungsvorschlag

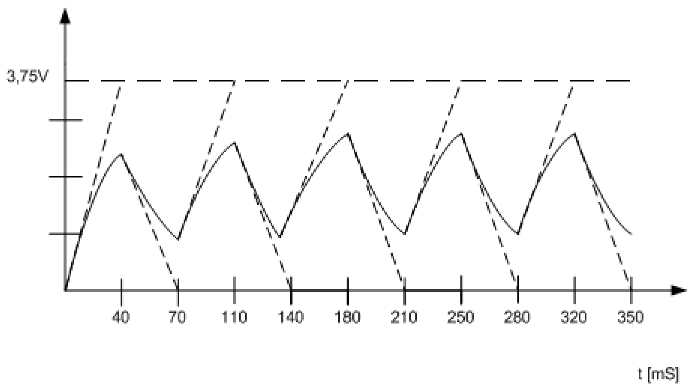
a) Wenn der Aufladevorgang des Kondensators abgeschlossen ist, ist sein Spannungsabfall U_C genauso groß, wie der Spannungsabfall U_2 des Widerstandes R_2.
(Gesamtwiderstand) $R_g = 100\Omega + 300\Omega = 400\Omega$
(Gesamtstrom) $I_g = \frac{U_0}{R_g} = \frac{5V}{400\Omega} = 0,0125A$
$U_2 = R_2 \cdot I_g = 300\Omega \cdot 0,0125A = 3,75V = U_C$

b) Nach Aufgabenteil a)): $I_g = 0,0125A$

c) Die Zeitkonstante des Kondensators beträgt $\tau = R \cdot C = 400\Omega \cdot 0,0001F = 0,04s = 40ms$.
Der Kondensator ist nach $5 \cdot \tau = 5 \cdot 40ms = 200ms$ aufgeladen und nach weiteren $5 \cdot \tau = 5 \cdot 40ms = 200ms$ entladen. Der Vorgang dauert also insgesamt $400ms$:



d) Wenn der Schalter geschlossen wird, beträgt die Zeitkonstante $\tau_{closed} = 40ms$, weil der Strom durch R_1 und R_2 fließt. Wenn der Schalter geöffnet wird, fließt der Strom nur noch durch R_2. Die Zeitkonstante bei geöffnetem Schalter beträgt demnach: $\tau_{open} = 300\Omega \cdot 0,0001F = 30ms$.
Somit dauert eine Periode $70ms$. 5 Perioden dauern demnach $350ms$:



Die Berechnung der Spannungswerte pro Periode sieht wie folgt aus:

Periode	U_C bei geschlossenem Schalter	U_C bei geöffnetem Schalter
1	$3.75V \cdot 0.63 \approxeq 2.3625V$	$2.3625V \cdot 0.37 \approxeq 0.87V$
2	$(3.75V - 0.87V) \cdot 0.63 + 0.87V \approxeq 2.68V$	$2.68V \cdot 0.37 \approxeq 0.99V$
3	$(3.75V - 0.99V) \cdot 0.63 + 0.99V \approxeq 2.73V$	$2.73V \cdot 0.37 \approxeq 1.0V$
4	$(3.75V - 1.0V) \cdot 0.63 + 1.0V \approxeq 2,73V$	$2.73V \cdot 0.37 \approxeq 1.0V$
5	$(3.75V - 1.0V) \cdot 0.63 + 1.0V \approxeq 2,73V$	$2.73V \cdot 0.37 \approxeq 1.0V$

e) U_A ist genauso groß wie U_C.

$$
\begin{array}{lccc}
 & U_A & = & U_2 - U_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\
\Leftrightarrow & U_A - U_2 & = & -U_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\
\Leftrightarrow & \frac{U_2 - U_A}{U_2} & = & e^{-\frac{t}{\tau}} \\
\Leftrightarrow & ln(\frac{U_2 - U_A}{U_2}) & = & -\frac{t}{\tau} \\
\Leftrightarrow & -ln(\frac{U_2 - U_A}{U_2}) \cdot R \cdot C & = & \text{t} \\
\Rightarrow & \text{t} & = & -ln(\frac{U_2 - U_A}{U_2}) \cdot R \cdot C = -ln(\frac{3.75V - 3V}{3.75V}) \cdot 400\Omega \cdot 0,0001F \approx 0,0644s
\end{array}
$$

Der Schalter schaltet nach 0,0644s.

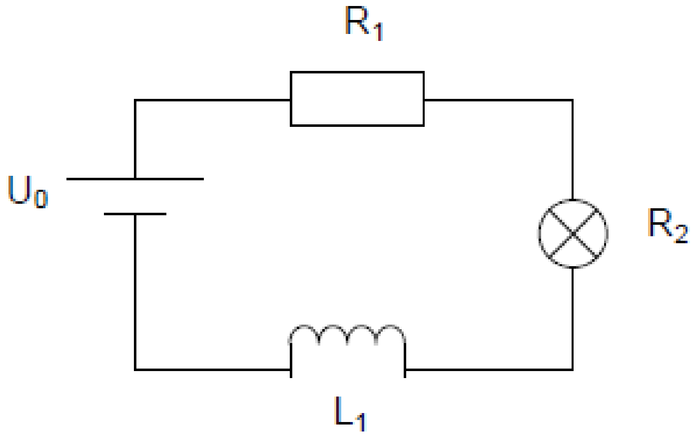
Mit der letzten Zeile der Gleichung gilt:

$$
\begin{array}{lccc}
\Leftrightarrow & -ln(\frac{U_2 - U_A}{U_2}) \cdot R \cdot C & = & \text{t} \\
\Leftrightarrow & -ln(\frac{U_2 - U_A}{U_2}) \cdot R \cdot \frac{1}{t} & = & \frac{1}{C} \\
\Leftrightarrow & \frac{t}{-ln(\frac{U_2 - U_A}{U_2}) \cdot R} & = & \text{C} \\
\Rightarrow & \text{C} & = & \frac{t}{-ln(\frac{U_2 - U_A}{U_2}) \cdot R} = \frac{1s}{-ln(\frac{3.75V - 3V}{3.75V}) \cdot 400\Omega} \approx 0,00155F = 1,55mF
\end{array}
$$

Der Kondensator muss also eine Kapazität von $1,55mF$ haben, damit der Schalter nach 1s schaltet.

Aufgabe 5: ($\star$) Spule

Gegeben ist folgende Schaltung. Die Lampe hat einen Widerstand von 150Ω und leuchtet, sobald eine Spannung von $1,5V$ an ihr abfällt. Die Spule besitzt eine Induktivität von $150mH$. U_0 beträgt 9V.



a) Bestimmen Sie den Wert von R_1, sodass die Stromstärke auf $20mA$ begrenzt wird. Welche Rolle spielt hierbei die Spule und wann wird die maximale Stromstärke erreicht?

b) Wie lange dauert es, bis die Lampe anfängt zu leuchten, wenn man die Spannung U_0 anlegt?

c) Was passiert, wenn man die Induktivität der Spule um ein Vielfaches erhöht?

Lösungsvorschlag

a) Der maximale Strom fließt, wenn der Widerstand von L_1 gleich 0 ist.
Da es sich bei R_1 und R_2 um Ohmsche Widerstände handelt, gilt dann $R_{ges} = R_1 + R_2$.
Mit Ohmschem Gesetz gilt:
$R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I_{ges}} = \frac{9V}{0{,}02A} = 450\Omega$
$\Rightarrow R_1 = R_{ges} - R_2 = 450\Omega - 150\Omega = 300\Omega$
Da der Widerstand einer Spule bei Gleichspannung gleich 0 ist, hat die Spule hierbei keine Auswirkungen.
Wenn man U_0 anlegt, fällt zunächst die gesamte Spannung an L_1 ab, d.h. anfänglich fließt kein Strom. Die Spannung an L_1 wird gemäß $U_L = U_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t}$ immer kleiner und die Stromstärke steigt. Da die e-Funktion allerdings nie 0 wird, gibt es kein eindeutiges Maximum der Stromstärke.

b) Wie schon in Aufgabe 3 gilt $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow U_1 = \frac{R_1}{R_2} \cdot U_2 = \frac{300\Omega}{150\Omega} = 2 \cdot U_2$
Nach Maschenregel gilt außerdem:

$$\begin{aligned} U_L &= U_0 - U_{R_1} - U_{R_2} \\ &= U_0 - 2 \cdot U_2 - U_2 \\ &= U_0 - (2+1) \cdot U_2 \\ &= 10V - 3 \cdot 1,5V \\ &= 5,5V \end{aligned}$$

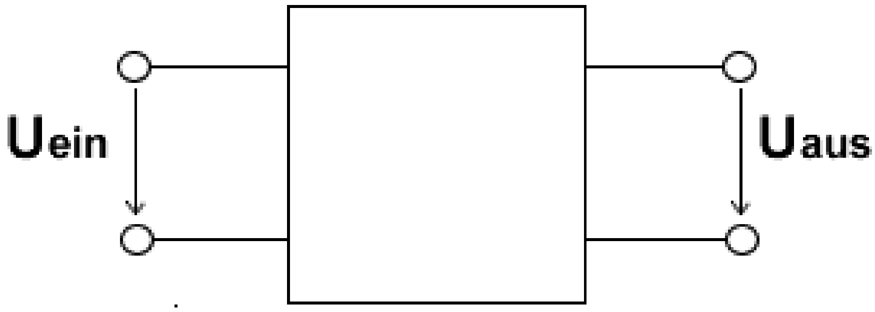
Weiterhin ist bekannt:

$$\begin{array}{rccc} & U_L & = & U_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \\ \Leftrightarrow & \frac{U_L}{U_0} & = & e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \\ \Leftrightarrow & ln\frac{U_L}{U_0} & = & -\frac{R}{L} \cdot t \\ \Leftrightarrow & -(ln\frac{U_L}{U_0}) \cdot \frac{L}{R} & = & \text{t} \\ \Rightarrow & \text{t} & = & -ln\frac{5{,}5V}{9V} \cdot \frac{0{,}15H}{450} \approx 0,000164s = 0,164ms \end{array}$$

c) Wie aus der vorherigen Formel ersichtlich erhöht sich mit der Induktivität der Zähler von $\frac{L}{R}$ und damit dieser Faktor als Ganzes. Dies führt dazu, dass sich die Zeit proportional zur Induktivität verhält und sich insbesondere vergrößert, wenn die Induktivität erhöht wird.

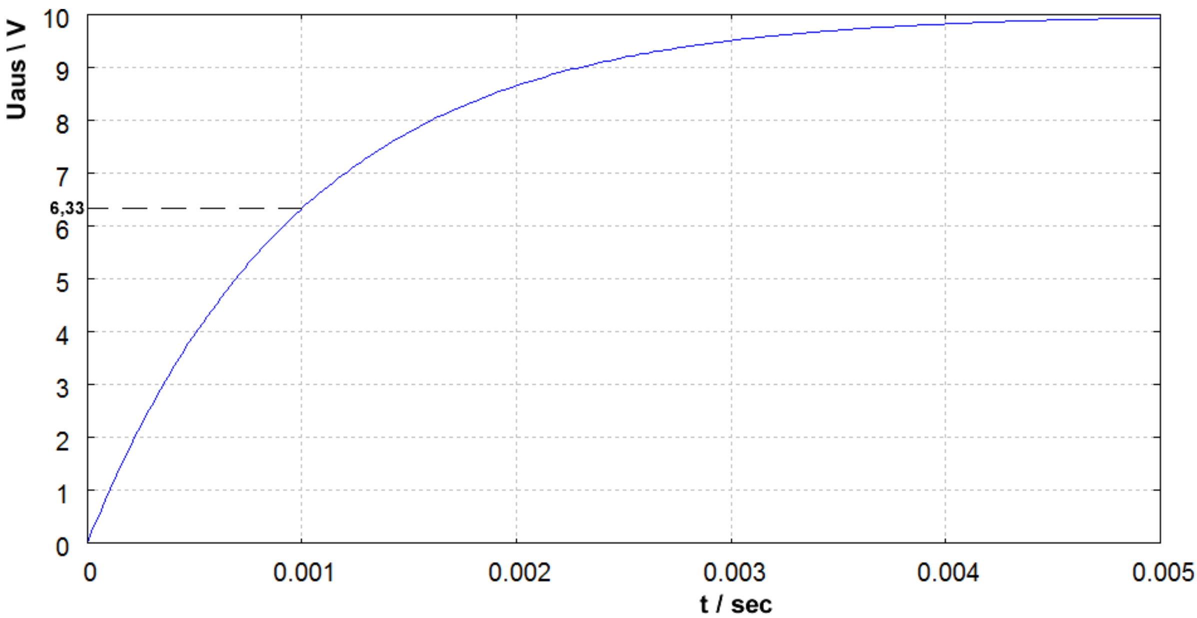
Aufgabe 6: Zweitor

Gegeben sei folgendes Zweitor:



Der interne Aufbau dieses Zweitores ist unbekannt. Es werden nun zwei Messungen durchgeführt, um diesen zu bestimmen.

Messung 1: An den Eingangsklemmen wird zum Zeitpunkt t = 0s eine konstante Spannung U_{ein} von $10V$ angelegt und der Verlauf der Ausgangsspannung U_{aus} wird gemessen. Der Verlauf der Ausgangsspannung U_{aus} ist im Folgenden dargestellt.



Messung 2: An den Ausgangsklemmen wird ein Widerstand $R_{Last} = 50\Omega$ angeschlossen. Wieder wird zum Zeitpunkt t = 0s eine konstante Spannung U_{ein} von $10V$ an den Eingangsklemmen angelegt. Nach langer Zeit wird die Spannung über dem Widerstand R_{Last} gemessen. Sie beträgt $2V$.

a) Welche passiven Bauteile könnten sich hinter dem Zweitor verbergen?

b) Bestimmen Sie die Werte der passiven Bauteile, die Sie hinter dem Zweitor vermuten.

c) Nun wird Messung 2 wiederholt und zusätzlich die Zeitkonstante τ des Systems - mit angeschlossenem Widerstand R_{Last} - bestimmt. Sie beträgt $2,5ms$. Berechnen Sie die erwartete Zeitkonstante τ der Schaltung für Messung 2. Belegt oder widerlegt diese Messung die Annahmen aus Aufgabenteil b)?

Aufgabe 7: ($\star$)Matlab/Simulink

a) Erstellen Sie eine RC-Schaltung mit folgenden Werten: $U_0 = 5V$, $R_1 = 100\Omega$, $C = 20\mu F$. Messen Sie den Spannungsverlauf am Kondensator einmal mit einer initialen Kondensatorspannung von $0V$ und einmal mit einer initialen Kondensatorspannung von $5V$.

b) Schalten Sie jetzt parallel zum Kondensator einen weiteren Widerstand $R_2 = 100\Omega$ dazu. Die initiale Kondensatorspannung sei $0V$. Messen Sie jetzt den Spannungsverlauf am Kondensator. Wie sieht der Spannungsverlauf jetzt aus? Wie groß ist die maximale Spannung, die am Kondensator abfällt?

c) Messen Sie jetzt den Stromverlauf am Kondensator.

Lösungsvorschlag

b) Wenn der Aufladevorgang des Kondensators abgeschlossen ist, ist die Spannung, die über dem Kondensator abfällt, genauso groß, wie der Spannungsabfall über R_2. Der Kondensator lädt sich somit auf eine Spannung von maximal $2.5V$ auf.