Professor Dr.-Ing. Stefan Kowalewski
Hilal Diab, M.Sc.
Kamal Barakat, M.Sc
Dipl.-Inform. Dominik Franke

Aachen, 13. November 2009
SWS: V4/Ü2, ECTS: 7

Einführung in die Technische Informatik

WS 2009/2010

Blatt 4: Musterlösung

Aufgabe 1: ($\star$)Karnaugh-Diagramm

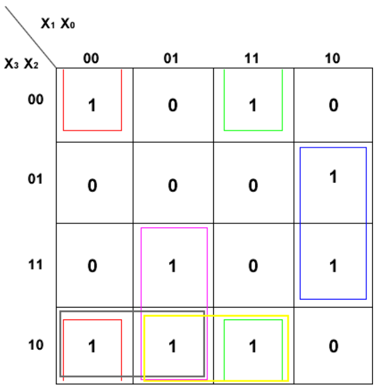
Die einschlägigen Indizes einer Booleschen Funktion f(x_3,x_2,x_1,x_0) seien 0,3,6,8,9,11,13,14.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe eines Karnaugh-Diagramms alle Primimplikanten von f.

b) Geben Sie ein **Minimalpolynom** für f an, d.h. eine Darstellung von f als DNF mit minimalen Kosten.[1]

c) Ist das von Ihnen angegebene Minimalpolynom eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort kurz anhand des Karnaugh-Diagramms.

Lösungsvorschlag

a) 

Die Primimplikanten lauten(rot, grün, blau, pink):
$\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0$
$\bar{x}_2 x_1 x_0$
$x_2 x_1 \bar{x}_0$
$x_3\bar{x}_1 x_0$

Weitere Implikanten sind(grau, gelb):
$x_3\bar{x}_2\bar{x}_1$
$x_3\bar{x}_2 x_0$

[1] Zur Erinnerung: Die Kosten K(d) einer DNF d sind gleich der Anzahl der in d vorkommenden Disjunktions- und Konjunktions-Operatoren.

b) Ein Minimalpolynom lautet:
f(x_3,x_2,x_1,x_0) $= \bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{x}_2 x_1 x_0 + x_2 x_1 \bar{x}_0 + x_3 \bar{x}_1 x_0$

c) Das angegebene Minimalpolynom ist eindeutig, weil es keine andere Konstellation gibt Einsen zusammenzufassen, sodass alle Einsen abgedeckt werden.

Aufgabe 2: ($\star$)Überführung einer DNF in eine KNF

Überführen Sie die folgende Boolesche Funktion f in DNF mit Hilfe der De Morgan'schen Gesetze in eine äquivalente KNF:

$x_3x_2\bar{x}_1x_0 + \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0$

Lösungsvorschlag

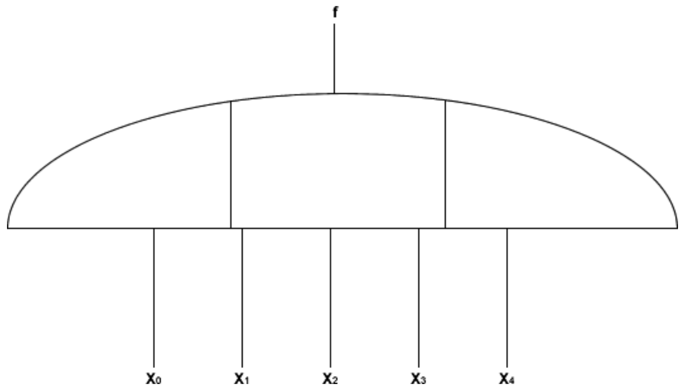
$x_3x_2\bar{x}_1x_0 + \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0 = \overline{\overline{x_3x_2\bar{x}_1x_0 + \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0}}$

$= \overline{\bar{x}_3x_2 + \bar{x}_3\bar{x}_1 + \bar{x}_3\bar{x}_0 + x_3\bar{x}_2 + \bar{x}_2\bar{x}_1 + \bar{x}_2\bar{x}_0 + x_3x_1 + x_2x_1 + x_1\bar{x}_0 + x_3\bar{x}_0 + x_2\bar{x}_0 + \bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{x}_0}$

$= (x_3 + \bar{x}_2)(x_3 + x_1)(x_3 + x_0)(\bar{x}_3 + x_2)(x_2 + x_1)(x_2 + x_0)(\bar{x}_3 + \bar{x}_1)(\bar{x}_2 + \bar{x}_1)(\bar{x}_1 + x_0)(\bar{x}_3 + x_0)(\bar{x}_2 + x_0)(x_1 + x_0)x_0$

Aufgabe 3: ($\star$)Logische Gatter

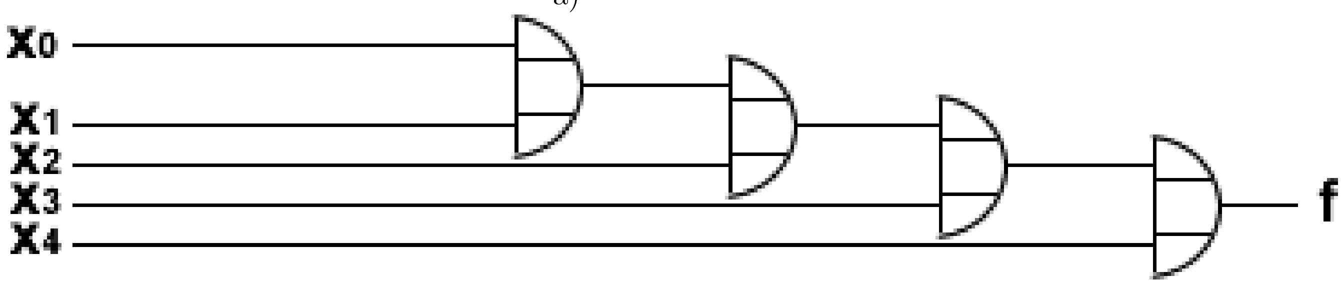
a) Stellen Sie den folgenden Baustein nur durch Oder-Gatter mit zwei Eingängen dar:



b) Die Funktion f(x_2,x_1,x_0) hat die einschlägigen Indizes 2 und 5. Zeichnen Sie ein Schaltnetz. Es stehen Ihnen lediglich NAND-Gatter zur Verfügung.

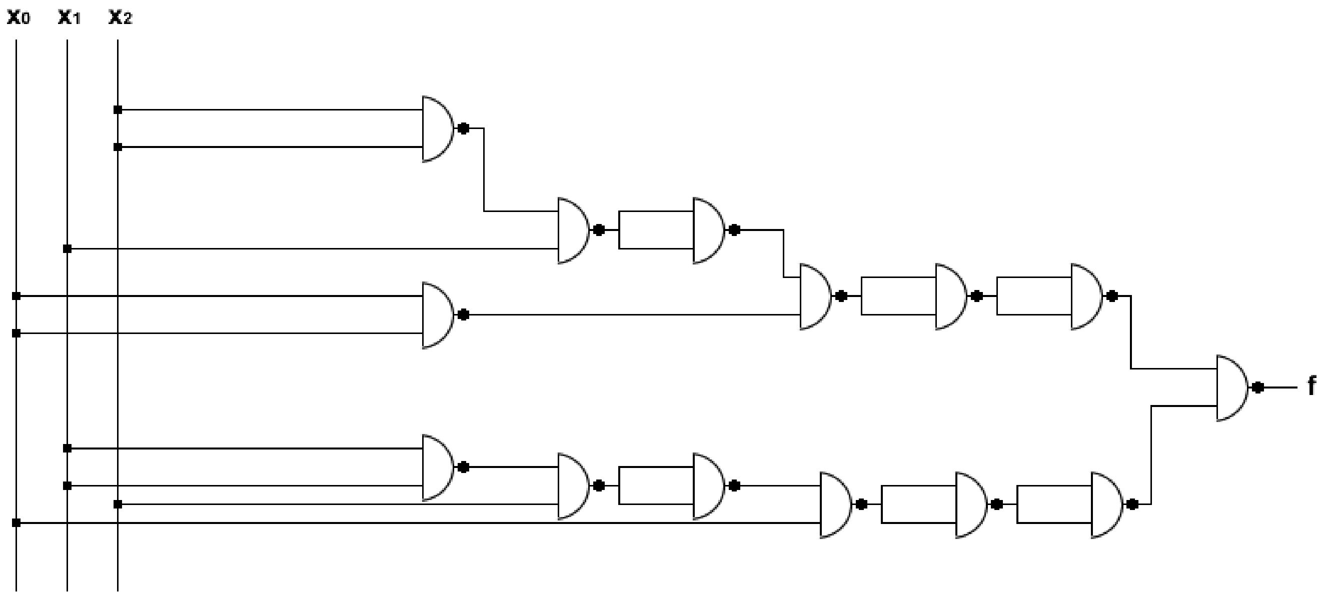
Lösungsvorschlag

a)



b) Die Funktion lautet:
f(x_2,x_1,x_0) $= \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 + x_2 \bar{x}_1 x_0$

$\bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 = ([((x_2 \uparrow x_2) \uparrow x_1) \uparrow ((x_2 \uparrow x_2) \uparrow x_1)] \uparrow (x_0 \uparrow x_0)) \uparrow ...$
$x_2 \bar{x}_1 x_0 = ([(x_2 \uparrow (x_1 \uparrow x_1)) \uparrow (x_2 \uparrow (x_1 \uparrow x_1))] \uparrow x_0) \uparrow ...$
Das Schaltnetz sieht wie folgt aus:


x0
x1
x2
f