Übungsblatt Nr. 1, Lineare Algebra I, WS 2001, Prof. Dr. G. Hiß

Für Matrikelnummer: 100000

1	Kreuzen Sie jeweils "Ja" an, wenn die Aussage stimmt oder "Nein", wenn sie nicht stimmt!	
	$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$	◯ Ja / ◯ Nein
	$\{x \in \mathbb{Z} \mid x$ ist durch 6 teilbar$\} \subseteq \{x \in \mathbb{Z} \mid x$ ist gerade$\}$	◯ Ja / ◯ Nein
	Die Menge $\mathrm{Pot}(\{1, \{2, 3\}, 3\})$ hat 8 Elemente.	◯ Ja / ◯ Nein
	$\{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x^2 + y^2 = 0\} \subseteq \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x + y = 0\}$	◯ Ja / ◯ Nein
	Die Menge $\{(x, y) \in \{1, 2, 3\} \times \{2, 3\} \mid x \cdot y$ ist ungerade$\}$ hat 2 Elemente.	◯ Ja / ◯ Nein
2	Es seien A, B und C beliebige Mengen. Kreuzen Sie jeweils "Ja" an, wenn die Aussage stimmt oder "Nein", wenn sie nicht stimmt!	
	$(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$	◯ Ja / ◯ Nein
	Ist $A \subseteq B$, dann ist $C \cup A \subseteq C \cup B$.	◯ Ja / ◯ Nein
	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	◯ Ja / ◯ Nein
	Wenn $A \cup B \subseteq C$ gilt, dann gilt sowohl $A \subseteq C$ als auch $B \subseteq C$.	◯ Ja / ◯ Nein
	$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$	◯ Ja / ◯ Nein
3	Geben Sie jeweils die Anzahl der Abbildungen mit den beschriebenen Eigenschaften an.	
	Anzahl der bijektiven Abbildungen von $\{1, 2, 3\}$ nach $\{1, 2, 3\}$.	____________
	Anzahl der surjektiven Abbildungen von $\{-3, -2, -1\}$ nach $\{1, \{2, 3\}, 3\}$.	____________
	Anzahl der surjektiven Abbildungen von $\{1, 2, 3\}$ nach $\{\emptyset\}$.	____________
	Anzahl der injektiven Abbildungen von $\emptyset$ nach $\{1, 2, 3\}$.	____________
	Anzahl der surjektiven Abbildungen von $\{1, 2\}$ nach $\{3, 4, 5\}$.	____________
4	Kreuzen Sie jeweils "Ja" an, wenn die Aussage stimmt oder "Nein", wenn sie nicht stimmt!	
	Die Abbildung $f : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}, (x, y) \mapsto (x + y, x - y)$ ist surjektiv.	◯ Ja / ◯ Nein
	Die Abbildung $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ ist injektiv.	◯ Ja / ◯ Nein
	Die Abbildung $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, (x, y) \mapsto x + y$ ist surjektiv.	◯ Ja / ◯ Nein
	Die Abbildung $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, x \mapsto (x, -x)$ ist surjektiv.	◯ Ja / ◯ Nein
	Die Abbildung $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, x \mapsto 2 \cdot x$ ist surjektiv.	◯ Ja / ◯ Nein

Die folgenden Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten.

5 Beweisen Sie mit Hilfe von vollständiger Induktion.

(i) Eine Menge mit n Elementen hat 2^n Teilmengen.

(ii) $\sum_{i=1}^{n} i = n(n + 1)/2$.

(iii) Finden Sie zuerst eine Formel, die für $n \in \mathbb{N}$ die Summe der ungeraden Zahlen von 1 bis $2n - 1$ angibt, und beweisen Sie diese.

6	Sei M eine endliche Menge und $f : M \longrightarrow M$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind. (a) f ist surjektiv. (b) f ist injektiv. (c) f ist bijektiv. Geben Sie eine Abbildung $g : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ an, die zeigt, dass die oben angegebene Äquivalenz für unendliche Mengen nicht gilt.

Abgabe bis spätestens am Freitag, dem 26. Oktober 2001, um 12 Uhr im Zettelkasten am Lehrstuhl D für Mathematik.