

## **Pruefungsprotokoll**

Theoretische Informatik

Faecher: AAT/Model-Checking/Automata on infinite objects/TES

Pruefing: Franziska Roloff

Pruefer: Thomas/Giesl

28.09.2004

Note: 1.0

*Womit wollen Sie anfangen?*

AAT

*Kennen Sie einen Unterschied zwischen Ergebnissen, die wir für Automaten auf Wörtern kennengelernt haben und Ergebnissen, die wir für Automaten auf Bäumen kennengelernt haben?*

Deterministische Top-Down-Baumautomaten können nicht die selben Sprachen erkennen wie nichtdeterministische Baumautomaten (sowohl Top-Down-, als auch Bottom-Up) und deterministische Bottom-Up Baumautomaten.

(Hier habe ich ein Beispiel angegeben und erklärt, warum deterministische Top-Down-Automaten diese Sprache nicht erkennen können)

*Wie geht denn das mit der Potenzmengenkonstruktion bei Baumautomaten?*

(Transitionen hingeschrieben und erklärt)

*Kommen wir zu Bildern. Wie sind denn hier Transitionen definiert?*

(Definition bzw. Idee mit Parkettierung angegeben)

*Welche Ergebnisse sind denn hier anders als bei Baumautomaten bzw. Automaten über Wörtern?*

Das Leerheitsproblem ist unentscheidbar.

*Haben Sie eine Idee, wie man das zeigt?*

Man kann das Halteproblem von Turingmaschinen darauf reuzieren. Die jeweils nächste Zeile im Bild, was in der Sprache enthalten sein soll, stellt die Folgekonfiguration der Turingmaschine dar. Die erste Zeile enthält zunächst die Startkonfiguration und ein Bild ist in der Sprache enthalten, wenn ein akzeptierender Zustand der Turingmaschine erreicht ist.

*Wozu kann man denn zum Beispiel den Leerheitstest bei Automaten über Wörtern bzw. Automaten benutzen?*

(Mir fällt hier nichts in AAT ein deshalb schlage ich eine Brücke zu AoiO bzw. Model Checking) Zum Beispiel beruht der Beweis des Baumsatzes von Rabin darauf, dass die Leerheit entscheidbar ist. Außerdem wird das beim LTL-Model-

Checking in Bezug auf Büchi-Automaten benutzt.

*Gut. Kommen wir zu Petrinetzen: Was ist da ein Zustand?*  
Eine Markierung der Stellen.

*Und wie kommt man vom einen Zustand zum anderen? Malen Sie mal ein Beispiel auf!*  
(Beispiel aufgemalt, Veränderung der Markierungen erklärt. Transition kann nur gefeuert werden, wenn in allen Stellen des Vorbereichs eine Marke liegt...)

*Was bedeutet Erreichbarkeit bei Petrinetzen? Was hat das mit PN-Sprachen zu tun?*

Man kann von einer bestimmten Markierung eine andere erreichen. Wenn man mit Petrinetzen eine Sprache erkennen will, dann legt man fest, welche Markierungen Endmarkierungen sein sollen. Die Transitionen werden mit Buchstaben beschriftet und Wörter, auf deren Schaltfolgen das Netz in eine Endmarkierung gelangt, werden akzeptiert.

*Kann man die Erreichbarkeit zeigen?*  
Ja. (Ich weiß noch, dass das schwierig ist und in der VL nicht behandelt wurde)

*Welche anderen Ergebnisse für Petrinetze kennen Sie sonst noch?*  
Das Beschränktheitsproblem und das Überdeckungsproblem.

*Und was kann man zu diesen Problemen sagen? Sie sind auch entscheidbar.*  
Mit dem Karp-Miller-Baum. Immer, wenn eine Markierung im Karp-Miller-Baum erreicht wird, die über einer bereits vorhandenen liegt, so wird an die überdeckende Stelle ein Unendlich-Zeichen eingetragen. Dann ist das Netz unbeschränkt. Man macht aber weiter, denn nur so kann man sehen, ob eine bestimmte Markierung unter Umständen von einer anderen überdeckt wird.

*Was können Sie zu den Sprachen sagen, die von PN erkennbar sind?*  
(Bild hingemalt, dass alle regulären Sprachen PN-erkennbar sind und dass es kontextfreie Sprachen gibt, die es sind, aber auch welche, die es nicht sind. Es gibt aber auch PN-erkennbare Sprachen, die nicht kontextfrei sind)

*Dann machen sie mal da zwei Punkte rein und nennen Sie mir zwei Sprachen, die da drin liegen*  
(Er meinte eine Sprache, die PN-erkennbar ist aber nicht kontextfrei und eine kontextfreie Sprache, die nicht PN-erkennbar ist) Kontextfrei, aber nicht PN-erkennbar:  $ww^r$ ; PN-erkennbar, aber nicht kontextfrei:  $a^n b^n c^n$ .

*Haben Sie eine Idee, wie man zeigt, dass  $ww^r$  nicht PN-erkennbar ist?*  
Es können nach  $n$  eingelesenen Buchstaben nicht genügend Markierungen erreicht werden, um dann zu prüfen, ob  $w^r$  folgt.

*Gut, kommen wir zu Model Checking. Welche Logiken haben wir in der Vorlesung behandelt?*  
CTL, LTL, CTL\* und TCTL.

*Schreiben Sie mal die Formel auf für: Es gibt nur endlich viele  $p$ 's*  
In welcher Logik?

*Egal, nehmen Sie was nettes*  
 $AF\neg p$ .

*Gut, ist es gibt unendliche viele  $p$ 's in LTL ausdrückbar?*  
Ja: GfP

*Wie geht denn LTL-Model-Checking?*  
LTL-ABA-VBA-BA.

*Wie akzeptiert denn so ein VBA?*  
Über Transitionen.

*Ja, in der Konstruktion, die Herr Löding in der VL vorgestellt hat, ist das wohl so (Ich schätze, eigentlich wollte er auf etwas anderes hinaus...)*  
*Wie macht man denn aus dem VBA einen BA?*  
Indem man den Zustandsraum um eine Komponente erweitert und immer, wenn eine gute Transition genommen wurde, einen weiterspringt.  
(Ich glaube, ich habe noch erwähnt, dass der VBA eine Art Potenzmengenkonstruktion des ABA ist und dabei der exponentielle Schritt entsteht.)

*Gut, kommen wir zu Automata on infinite objects, was immer das auch ist... Sie haben vorhin schon den Baumsatz von Rabin erwähnt. Was ist denn das?*  
Da geht es um die Theorie S2S. Also die Frage, ob die Struktur des unendlichen binären Baumes einen gegebenen S2S-Satz erfüllt. Und die ist entscheidbar.

*Und wie geht man vor, das zu zeigen? Welches ist hier der schwierige Schritt?*  
Das ist die Negation. Alle anderen Operationen sind eine einfache Übertragung der Ergebnisse von S1S, also wie man eine S1S-Formal in einen nichtdeterministischen Büchi-Automaten übersetzt. Nur nimmt man hier den Paritätsautomaten

bzw. argumentiert über das Paritätsspiel.

*Warum nimmt man denn nicht den nichtdeterministischen Büchi-Baumautomaten?*  
Weil der nicht die selben Sprachen erkennt wie der Muller-Baumautomat bzw der Paritäts-Baumautomat.

*Und über Wörtern erkennt der Muller-Automat dasselbe wie der nichtdeterministische Büchi-Automat bzw. umgekehrt?*

Ja, das ist der Satz von McNaughton. Die leichtere Richtung, das zu beweisen, ist die von Muller-NBA (nichtdeterministisches Raten der Endzustandsmenge, die unendlich oft besucht wird durch zweite Komponente und äufsammeln"der Zustände in dritter Komponente). Die andere Richtung macht man mit der Safra-Konstruktion bzw. den Muller-Schupp-Bäumen.

*Und jetzt wieder zurück zu Rabin: Wie macht man das jetzt?*

Indem man den gegebenen S2S-Satz in einen Paritätsautomaten umwandelt und den Lauf des Automaten als Spiel auffasst und dann guckt, ob Player Automaton bzw. Player Pathfinder eine Gewinnstrategie hat. Dabei ist die Determiniertheit von Paritätsspielen entscheidend.

*Gut, dann sind wir schon ziemlich über der Zeit, Herr Giesl möchte ja auch noch was fragen.*

Jetzt kommt Herr Giesl an die Reihe, Termersetzungssysteme.

*Welchen Sinn hat denn die Vorlesung verfolgt?*

Wir wollten das Wortproblem lösen.

*Und das wäre?*

Herauszubekommen, ob eine Gleichung aus einer Gleichungsmenge folgt.

*Und wie macht man das?*

Diese Beziehung ist ja zunächst einmal nur semantisch. Um dieses Problem automatisch lösen zu können, brauchen wir eine syntaktische Beziehung, und dabei hilft uns der Satz von Birkhoff.

*Und der sagt was? Beweisidee?*

Definition hingeschrieben und Ideen der beiden Richtungen erläutert.

*Gut, jetzt schreiben Sie doch mal bitte ein TES für die Addition auf.*

Plus-TES aufgeschrieben. (Wie, weiß ich nicht mehr genau. Nur er wollte dann,

dass ich es noch etwas verändere, so dass lpo nicht möglich war später. Das hat man direkt gesehen und ich hatte eine leise Ahnung, worauf es zum Schluss noch hinausläuft)

*Gut, wie geht man jetzt vor?*

Nun versucht man zunächst, die Terminierung zu überprüfen. Das macht man mit Reduktions- bzw. Simplifikationsordnungen. Der Satz von Manna und Ness sagt nämlich, dass...

*Was ist das, Reduktions- und Simplifikationsordnungen?*

Definition gesagt.

*Warum ist man an Simplifikationsordnungen interessiert, wenn doch der Satz von Manna und Ness nur eine Reduktionsordnung fordert?*

Weil man, wenn die Ordnung, die man hat, die Einbettungsordnung enthält, nur noch die Irreflexivität zeigen muss um die Fundiertheit zu schlussfolgern. (Kruskal zitiert)

*Und wie richtet man jetzt das Plus-TESe aus?*

Mit rpo.

*Was ist daran besser als lpo?*

Man vergleicht die Argumente nicht komponentenweise, sondern als Mengen.

*Und warum ist die Multimengenrelation fundiert, wenn die zugrundeliegende Relation fundiert ist?*

Jetzt Beweisidee gegeben. Baumkonstruktion, Lemma von König: es muss einen unendlichen Pfad geben, den kann es gemäß dieser Konstruktion nicht geben, weil dann die der Multimengenrelation zugrundeliegende Relation nicht mehr fundiert wäre. (Hier hat Professor Giesl ziemlich genau nachgefragt, auch wozu man das bottom-Symbol braucht usw.)

*Was macht man jetzt nach der Terminierung?*

Konfluenz muss gezeigt werden. Denn für terminierende und konfluente (konvergente) TESe ist das Wortproblem entscheidbar.

*Und wie zeigt man die? Ist unser Beispiel-TESe denn konfluent?*

Ja, es gibt 1 kritisches Paar (aufhemalt) und das ist zusammenführbar.

*Gut. Und wie wäre das nun, wenn das nicht so wäre?*

Dann müsste man versuchen, zu vervollständigen. Zum Beispiel mit BASIC COM-

PLETION. Man fügt dabei immer, wenn ein kritisches Paar nicht zusammenführbar ist, die Regel hinzu, die gerade die beiden Normalformen der Terme des kritischen Paares enthält, und zwar je nachdem, welcher Term gemäß der Reduktionsordnung größer ist und welcher kleiner.

*Gut. Dann gibt es auch noch andere Vervollständigungsverfahren, aber dazu reicht die Zeit leider nicht mehr.*

Insgesamt muss ich sagen, dass es eine sehr entspannte Prüfungssituation war. Professor Thomas und Professor Giesl sind sehr nette, angenehme Prüfer. Ich möchte hoffen, dass meine anderen Prüfungen in einer ähnlich angenehmen Weise ablaufen. Viel Erfolg allen, die es noch vor sich haben!