Prof. Dr. R. Mathar
Daniel Catrein

RWTH Aachen, SS 2002
Abgabe: 27.06.02
bis 15:45 Uhr

8. Übung zur Einführung in die Stochastik für Informatiker

Aufgabe 28

X_1 und X_2 seien stochastisch unabhängige, diskrete Zufallsvariablen mit Träger $\mathbb{N}_0$ und Zähldichte f_{X_1} und f_{X_2}. Zeigen Sie, dass X_1+X_2 die Zähldichte

$$f_{X_1+X_2}(k) = \sum_{i=0}^{k} f_{X_1}(i) f_{X_2}(k-i), \quad k \in \mathbb{N}_0,$$

hat.

Aufgabe 29

Bestimmen Sie die Zähldichten der folgenden Verteilungen:

a) $\text{Bin}(n_1, p) * \text{Bin}(n_2, p),\ \ n_1, n_2 \in \mathbb{N},\ \ 0 \le p \le 1,$

b) $\text{Poi}(\lambda_1) * \text{Poi}(\lambda_2),\ \ \lambda_1, \lambda_2 > 0,$

c) $\overline{\text{Bin}}(n_1, p) * \overline{\text{Bin}}(n_2, p),\ \ n_1, n_2 \in \mathbb{N},\ \ 0 < p < 1.$

Aufgabe 30

Die Laufzeit eines Algorithmus werde durch eine $\text{Exp}(\lambda)$-verteilte Zufallsvariable X beschrieben. Der verfügbare Anteil an Rechenzeit des Prozessors, auf dem der Algorithmus läuft, kann durch eine $\text{R}(0,1)$-verteilte Zufallsvariable Y modelliert werden, wobei X und Y stochastisch unabhängig sind. Berechnen Sie die Verteilung der effektiven Laufzeit $Z = \frac{X}{Y}$.
Existiert der Erwartungswert von Z? Berechnen Sie ihn gegebenenfalls.

Aufgabe 31 (k)

X und Y seien stochastisch unabhängige, jeweils $\text{R}(0,1)$-verteilte Zufallsvariablen.

a) Berechnen Sie die Verteilung von $Z = \max\{X, Y\}$.

b) Berechnen Sie ferner $E[\max\{X, Y\}]$ und $\max\{\text{E}[X], \text{E}[Y]\}$. Stimmen beide Terme überein?