Prof. Dr. R. Mathar
Daniel Catrein

RWTH Aachen, SS 2002
Abgabe: 11.07.02
bis 15:45 Uhr

10. Übung zur Einführung in die Stochastik für Informatiker

Aufgabe 36 (k)

Eine Münze, bei der Kopf mit Wahrscheinlichkeit p fällt, werde n-mal unabhängig geworfen. K bezeichne hierbei die Anzahl des Auftretens von Kopf. In einer zweiten unabhängigen Serie der Länge K mit der selben Münze erhält ein Spieler bei Auftreten von Kopf im i-ten Wurf einen Gewinn von i DM, $i = 1, \ldots, K$. Welcher Einsatz macht das oben beschriebene Spiel fair?
Hinweis: Ein Spiel heißt fair, wenn der erwartete Gewinn null ist.

Aufgabe 37

Die gemeinsame Dichte der Zufallsvariablen X und Y sei gegeben durch

$$f_{(X,Y)}(x, y) = 6xy(2 - x - y)\mathbb{1}_{(0,1)^2}(x, y).$$

Berechnen Sie den bedingten Erwartungswert von X bei gegebenem $Y = y$, $0 < y < 1$.

Aufgabe 38

Die Anzahl von Schadensfällen pro Jahr bei einer Versicherung werde beschrieben durch eine diskrete Verteilung N mit Träger $\mathbb{N}_0$. Die stochastisch unabhängigen, identisch verteilten Zufallsvariablen $X_1, X_2, \ldots$ bezeichnen die jeweilige Schadenshöhe, wobei die $X_1, X_2, \ldots$ auch von N unabhängig sind.
Zeigen Sie, dass für den Erwartungswert und die Varianz der Gesamtschadenshöhe gilt:

$$\begin{aligned} E\left[\sum_{i=1}^{N} X_i\right] &= E[N]E[X_1], \\ \operatorname{Var}\left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right) &= E[N]\operatorname{Var}(X_1) + (E[X_1])^2 \operatorname{Var}(N), \end{aligned}$$

wobei gilt $\sum_{i=1}^{0} z_i := 0$.