Prof. Dr. R. Mathar
Daniel Catrein

RWTH Aachen, SS 2002
Abgabe: 20.06.02
bis 09:45 Uhr

7. Übung zur Einführung in die Stochastik für Informatiker

Aufgabe 24

Bei einem chemischen Prozeß wird am Ende jeden Tages die Temperatur geprüft. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Temperaturen [in °C] durch stochastisch unabhängige, $N(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsvariable beschrieben werden können, wobei $\mu = 400$ und $\sigma^2 = 9$ sind. Der Prozess muss gestoppt werden, wenn die Temperatur zumm Tagesende 395°C unter- oder 405°C überschreitet.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Prozess mindestens 10 Tage hintereinander läuft.

Aufgabe 25

a) Ein Zufallszahlengenerator auf einem Computer liefert auf dem Intervall $(0,1)$ gleichverteilte Zufallszahlen, $X \sim R(0,1)$. Für eine Simulation werden standardnormalverteilte Zufallszahlen benötigt, die aus den gleichverteilten Zufallsvariablen berechnet werden sollen.
Ist eine Zufallszahl $Y := \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\, e^{-X^2}$ standardnormalverteilt?
Wie sieht die Dichtefunktion von Y aus?

b) Zeigen Sie, dass Sie aus zwei stochastisch unabhängigen gleichverteilten Zufallszahlen $X_1, X_2 \sim R(0,1)$ durch die Transformation

$$Y_1 = \sqrt{-2\ln X_1}\,\sin(2\pi X_2)$$
$$Y_2 = \sqrt{-2\ln X_1}\,\cos(2\pi X_2)$$

zwei standardnormalverteile, stochastisch unabhängige Zufallszahlen $Y_1, Y_2 \sim N(0,1)$ erhalten (*Box/Muller* Verfahren (1958)).

Aufgabe 26 (k)

Es seien X und Y stochastisch unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$ und $Y \sim R(0,1)$. Bestimmen Sie eine Dichte der Verteilung von $X + Y$.

Aufgabe 27 (k)

Die Zwischenankunftszeiten von Druckjobs in der Warteschlange eines Druckers seien $\mathrm{Erl}(2,\lambda)$-verteilt, $\lambda > 0$ (Erlang-verteilt mit Parametern 2 und λ). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bis zu einer fest vorgegebenen Zeit $t > 0$ genau k Druckjobs angekommen sind. Welche Werte ergeben sich für $\lambda = 1, t = 1$ und $k \in \{0, 2, 4\}$?
Hinweis: Beachten Sie, dass $\mathrm{Erl}(2,\lambda) = \mathrm{Exp}(\lambda) * \mathrm{Exp}(\lambda)$, und benutzen Sie Eigenschaften des Poissonprozesses.