Übungsblatt 3

Diskrete Strukturen, Prof. Dr. E. Triesch, WS 2006/07

Für Matrikelnummer: 273784
Abgabezeitpunkt: Sa 09 Dez 2006 02:00:00 CET
Dieses Blatt wurde erstellt: Fr 24 Nov 2006 16:55:43 CET

Zur Erinnerung: Jede richtige Antwort gibt 1 Punkte. Jede falsche Antwort gibt -1 Punkte. Keine Antwort gibt 0 Punkte. Pro Aufgabe gibt es nicht weniger als 0 Punkte. Achtung: Für die Aufgaben hat man ca. 2 Wochen Zeit! Man kann die Aufgaben in der Zeit noch korrigieren.
In Übereinstimmung mit der Vorlesung bezeichne $\mathbb{N}$ die natürlichen Zahlen ohne 0. Beachten Sie auch das dritte Übungsblatt!

1	Die Eulersche ϕ Funktion ist bekanntlich durch $\phi(n) = \lvert\{m \mid 1 \leq m \leq n, \mathrm{ggT}(m,n) = 1\}\rvert$ definiert. Welche Aussagen gelten für alle ungeraden Primzahlen p,q mit $p \neq q$?	
	$\phi(p+3q) \leq \frac{p+3q}{2}$	◯ Gilt / ◯ Gilt nicht
	$\phi(p^2) = p(p-1)$	◯ Gilt / ◯ Gilt nicht
	$\phi(q-1) = q-2$	◯ Gilt / ◯ Gilt nicht
	$\phi((pq)^2) = p^2(q-1)^2$	◯ Gilt / ◯ Gilt nicht
2	Geben Sie jeweils die Anzahl der Elemente in den folgenden Mengen M von Funktionen an:	
	$M = \{f \mid f : \{1,2,3,4\} \to \{2,3,4\}$ und $f(i) \geq f(i+1)$ für alle $i \in \{1,2,3\}\}$	________________
	$M = \{f \mid f : \{1,2,3,4\} \to \{1,3,5\}$ und $f(i) \geq i$ für alle $i \in \{1,2,3,4\}\}$	________________
	$M = \{f \mid f : \{1,2,3\} \to \{2,3,4,5\}$ und $f(2) \leq 3\}$	________________
	$M = \{f \mid f : \{1,2,3\} \to \{2,3,4\}$ und $f(3) \leq f(1)\}$	________________
3	Sei $N = \{1,2,3,4,5,6\}$. Geben Sie jeweils die Anzahl der Elemente in den folgenden Mengen $\mathcal{M}$ an:	
	$\mathcal{M} = \{M \mid M \subseteq N$ und $\lvert M\rvert \neq 5\}$	________________
	$\mathcal{M} = \{M \mid M \subseteq N$ und $2 \in M\}$	________________
	$\mathcal{M} = \{M \mid M \subseteq N$ und $\lvert M\rvert = 4\}$	________________
	$\mathcal{M} = \{M \mid M \subseteq N$ und $\{1,2,3\} \not\subseteq M\}$	________________
4	Das Schubfachprinzip funktioniert nur manchmal ...: Sei $N = \{1,2,\ldots,20\}$. Gilt für jedes $k \in \mathbb{N}$, dass in jeder Teilmenge $M \subseteq N$ mit $\lvert M\rvert = k$ zwei Zahlen a,b existieren, so dass ...	
	... $a * b \geq 18$, **falls** $k \geq 5$?	◯ ja / ◯ nein
	... $a - b = 6$, **falls** $k \geq 14$?	◯ ja / ◯ nein
	... $a + b = 23$, **falls** $k \geq 11$?	◯ ja / ◯ nein
	... $a - b = 7$, **falls** $k \geq 13$?	◯ ja / ◯ nein

5	Die Stirlingzahlen 1. Art $s_{n,k}$ sind definiert als die Anzahl der Permutationen auf n Elementen mit genau k Zykeln. Sie erfüllen die Rekursionsformel $$s_{n+1,k} = s_{n,k-1} + ns_{n,k}$$ für $1 \leq k \leq n$. Die Stirlingzahlen 2. Art $S_{n,k}$ sind definiert als die Anzahl der Partitionen einer Menge mit n Elementen in genau k disjunkte Teilmengen. Sie erfüllen die Rekursionsformel $$S_{n+1,k} = S_{n,k-1} + kS_{n,k}$$ für $1 \leq k \leq n$.	
	Gilt $S_{n+1,k} = S_{n-1,k-2} + kS_{n-1,k-1} + kS_{n,k}$ für $2 \leq k \leq n-1$?	◯ ja / ◯ nein
	Wieviele Permutationen auf 5 Elementen haben genau 4 Zykel?	________________
	Wieviele Permutationen auf 5 Elementen haben genau einen Zykel?	________________
	Gilt $S_{n+1,k} = S_{n,k-1} + kS_{n-1,k-1} + k^2S_{n-1,k}$ für $2 \leq k \leq n-1$?	◯ ja / ◯ nein

Abgabe bis spätestens 8.12.2006