RHEINISCH-WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE

INSTITUT FÜR GEOMETRIE UND PRAKTISCHE MATHEMATIK

Differentialgleichungen und Numerik für Informatiker, SS 2006

Prof. Dr. Henning Esser - Kolja Brix - Normann Pankratz

4. Übung

Matrikelnummer: 123456

Abgabezeitpunkt: Fr 23 Jun 2006 12:00:00 CEST
Dieses Blatt wurde erstellt: Fr 25 Aug 2006 17:52:46 CEST

1	Welche der folgenden Aussagen sind richtig?	
	Bei der QR-Zerlegung ist aus Stabilitätsgründen zwingend Pivotisierung erforderlich.	◯ ja / ◯ nein
	Eine orthogonale Matrix $M \in \mathbb{R}^{n\times n}$ besitzt die Konditionszahl $\kappa_2(M) = 1$.	◯ ja / ◯ nein
	Mit Hilfe der QR-Zerlegung können lineare Gleichungssysteme gelöst werden.	◯ ja / ◯ nein
	Der Aufwand der QR-Zerlegung einer quadratischen Matrix über Householder-Spiegelungen ist etwa doppelt so hoch wie der einer LR-Zerlegung.	◯ ja / ◯ nein
	Die Lösung x des linearen Ausgleichsproblems mit Matrix A und Vektor b löst das lineare Gleichungssystem $Ax = b$.	◯ ja / ◯ nein
	Seien $M,N \in \mathbb{R}^{n\times n}$ orthogonale Matrizen. Dann ist $MN \in \mathbb{R}^{n\times n}$ orthogonal.	◯ ja / ◯ nein

2 Gegeben seien die Meßwerte

t_i	-3	0	1
f_i	0	2	3

einer Funktion $f(t)$. Aus theoretischen Überlegungen ist bekannt, daß f der Funktionsvorschrift

$$f(t) = \alpha t + \beta \cos(\frac{\pi}{4}t) \quad \text{für} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

genügt. Bestimmen Sie die Parameter $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ im Sinne linearer Ausgleichsrechnung optimal.

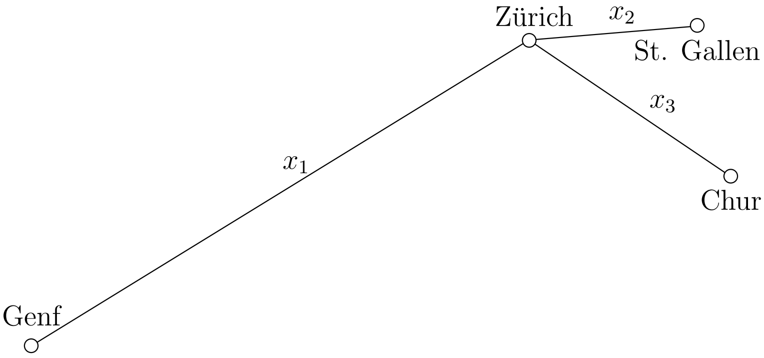
a) Berechnen Sie die QR-Zerlegung der Matrix des linearen Ausgleichsproblems mit Hilfe von Householder-Reflexionen.

b) Lösen Sie das lineare Ausgleichsproblem mit Hilfe der QR-Zerlegung.

c) Wie groß ist das Residuum?

3+2+1=6 Punkte

3 Die Abbildung zeigt die ungefähre Lage der Städte Zürich, Chur, St. Gallen und Genf zueinander und die verbindenden Fernverkehrsstraßen. Nach verschiedenen Autofahrten werden auf dem Kilometerzähler die in der Entfernungstabelle angegebenen Distanzen abgelesen.



Entfernungstabelle			
Zürich	-	Genf	290 km
St. Gallen	-	Genf	370 km
Genf	-	Chur	400 km
Chur	-	St. Gallen	200 km
Zürich	-	Chur	118 km

Bestimmen Sie mit der Methode der Normalgleichungen die im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate ausgeglichenen Werte der Distanzen x_1,x_2 und x_3.

5 Punkte

4 a) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y'(x) = e^y \sin(x)$ mit $y(0) = -\ln(2)$.

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y'(x) = -2xy^2$ mit $y(2) = \frac{1}{3}$.

c) Bestimmen Sie die Lösungsschar der gewöhnlichen Differentialgleichung $y'(x) = \frac{2xy}{x^2+y^2}$.

3+4+5=12 Punkte

Informationen

Informationen und Aufgabenblätter finden Sie unter unter

`http://www.igpm.rwth-aachen.de/lehre/DiffNum/2006ss`.

Bei Fragen:

Kolja Brix, Hauptgebäude Raum 144.1, Sprechzeit: Di, 9-10 Uhr
Normann Pankratz, Hauptgebäude Raum 105, Sprechzeit: Mi, 9-10 Uhr

Beide Assistenten erreichen Sie per Email unter `diffnum@igpm.rwth-aachen.de`.