

## Übungen zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

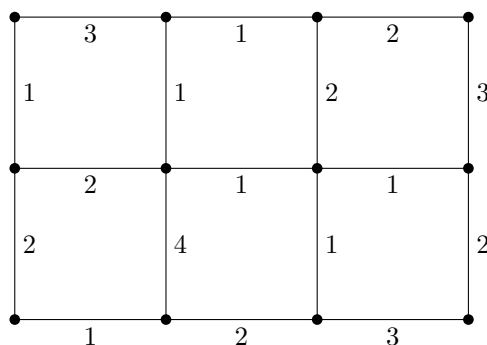
### T30

Die internationale Raumstation ISS steht auch Weltraumtouristen offen. Sie sollen nun entscheiden, welche Touristen Sie mitnehmen wollen, um möglichst viel Geld zu verdienen. Gegeben sind Kandidaten  $K_1, \dots, K_n$ , welche jeweils bereit sind,  $k_1, \dots, k_n$  US-Dollar zu zahlen. Allerdings sind sie anspruchsvoll und erwarten auf der ISS auch ein Unterhaltungsprogramm (der Erstbesucher Cameron wollte zum Beispiel einen Weltraumspaziergang machen). Zu diesem Zweck stehen eine Menge „Spielzeuge“  $Z_1, \dots, Z_m$  zur Verfügung. Bei der Mitnahme eines Spielzeugs zur ISS entstehen allerdings jeweils Kosten  $z_1, \dots, z_m$ . Der Kandidat  $K_i$  ist nur bereit zu zahlen, wenn die Spielzeuge  $R_i \subseteq \{Z_1, \dots, Z_m\}$  mitgenommen werden.

Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus, der eine Menge von Kandidaten auswählt, um die Einnahmen (also die gezahlten Gebühren der Touristen minus die Kosten für die Spielzeuge) zu maximieren. Jedes Spielzeug muß nur einmal mitgenommen werden, selbst wenn mehrere es benutzen wollen.

### T31

Führen Sie die Algorithmen von Prim und Kruskal auf folgendem Graphen aus.



### H25 (10 Punkte)

Es sei  $G = (V, E)$  ein Flußnetzwerk und  $f$  ein Fluß. Weiter gelte  $S \cup M \cup T = V$ , und  $S, M, T$  seien paarweise disjunkt. Schließlich gelte noch  $s \in S$  und  $t \in T$ .

Zeigen oder widerlegen Sie:  $f(S, M) = f(M, T)$ .

### H26 (10 Punkte)

In Manchukuo gibt es Briefmarken mit 7, 10, 13 und 15 Fen.

Beweisen oder widerlegen Sie: Es gibt ein Porto, das durch Anwendung des Greedy-Algorithmus für den Münzwechsel (immer die größte Münze oder Briefmarke zu nehmen) zu einem Ergebnis führt, das aber nicht optimal ist.

In der Vorlesung sahen wir bereits, daß 20 Fen zu gar keinem Ergebnis führt.