**RWTH Aachen** **SoSe 2007**
**Lehrgebiet Theoretische Informatik** Blatt 8
Kneis—Mölle—Richter—Rossmanith—Thiemann 4.6.2007

## Übungen zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

### T19

Können Sie Quicksort so modifizieren, daß die Worst-Case-Laufzeit von $\Theta(n^2)$ auf $O(n \log n)$ sinkt? Konzentrieren Sie sich auf den Divide-Teil, also nicht auf die Rekursion!

### T20

Für die Vorlesung war noch zu zeigen, daß aus der Rekursionsgleichung

$$C_n = n + 1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k-1} C_{n-i} + \frac{1}{n} \sum_{i=k+1}^{n} C_{i-1}$$

mit $C_0 = C_1 = 0$ folgt: $C_n \leq 4n$.

a) Zeigen Sie zuerst, daß $\displaystyle\sum_{i=1}^{k-1} C_{n-i} + \sum_{i=k+1}^{n} C_{i-1} \leq 2 \sum_{i=\lceil n/2 \rceil}^{n-1} C_i$ gilt!

b) Beweisen Sie nun die Aussage $C_n \leq 4n$ mittels Induktion!

### T21

Was sind die Best-, Average- und Worst-Case-Laufzeiten von Straight-Radixsort? Ist dieses Verfahren stabil? Arbeitet es in-place?

```
procedure Straight-Radix-Sort:
  for i=w,...,1 do
    pos_0 ← 1; pos_1 ← n+1;
    for k=1,...,n do pos_1 ← pos_1−A[k,i] od;
    for k=1,...,n do
      if A[k,i]=0 then B[pos_0] ← A[k]; pos_0 ← pos_0+1
                  else B[pos_1] ← A[k]; pos_1 ← pos_1+1 fi
    od;
    A ← B;
  od;
```

**H16 (8 Punkte)**
Wie schnell lassen sich die folgenden Operationen in gerichteten Graphen $G = (V, E)$ durchführen, wenn diese durch Adjazenzmatrizen bzw. -listen dargestellt sind?

a) Adjazenztest ($(v, w) \in E$?) für zwei Knoten $v, w \in V$

b+c) Knoten einfügen bzw. löschen

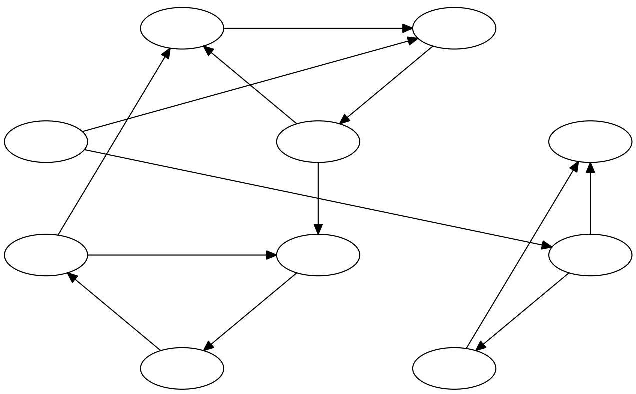
d+e) Kanten zwischen bestehenden Knoten einfügen bzw. löschen

f+g) Alle Vorgänger bzw. Nachfolger eines Knotens $v \in V$ ermitteln

h) Bildung des Komplementgraphen $(V, E')$ mit $E' = (V \times V) \setminus E$

Nehmen Sie hierzu an, daß Matrizen als dynamische zweidimensionale Arrays und Listen als doppelt verkettete Listen gespeichert werden.

**H17 (5 Punkte)**
Führen Sie auf dem hier abgebildeten Graphen eine Tiefensuche durch. Geben Sie die *discovery*- und *finish*-Zeiten aller Knoten sowie die Typen aller Kanten an.



**H18 (10 Punkte)**
Entwerfen und analysieren Sie einen Algorithmus, der das folgende Problem in Zeit $O(|V| + |E|)$ löst. Gegeben sind ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k$. Gefragt ist, ob man $k$ Schritte entlang gerichteter Kanten auf $G$ machen kann: Gibt es eine endliche Folge $(v_1, \ldots, v_{k+1}) \in V^{k+1}$, so daß $(v_i, v_{i+1}) \in E$ für alle $i \in \{1, \ldots, k\}$?