

a) Kürzester Weg mit Dijkstra

		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
x	Aachen	0	x						
x	Laurenby.	$\infty$	3	x					
x	Würselen	$\infty$	8	8	8	x			
x	Stolby.	$\infty$	15	15	15	15	15	15	x
x	Kohlscheid	$\infty$	8	7	x				
x	Kerkrade	$\infty$	$\infty$	$\infty$	11	11	x		
x	Herzogenr.	$\infty$	$\infty$	$\infty$	12	12	12	x	
x	Alsdorf	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	18	18	16	16

kürzeste Entfernungen von Aachen aus

x permanent markiert

(b) Wir wollen als nächstes einen Weg suchen, der die Wahrscheinlichkeit eines Zwischenfalls minimiert. Für jede Strecke betragen diese:

- Auf den Straßen zwischen Aachen und Würselen, sowie Alsdorf und Würselen beträgt die Wahrscheinlichkeit eines Staus 20 % .
- Auf allen Straßen von und nach Kerkrade beträgt die Wahrscheinlichkeit einer Zollkontrolle 20 % .
- Auf der Straße zwischen Kohlscheid und Würselen beträgt die Wahrscheinlichkeit für eine Reifenpanne 40 % .
- Auf den Straßen zwischen Kohlscheid und Laurensberg, sowie Stolberg und Würselen beträgt die Wahrscheinlichkeit für einen Unfall 10 %

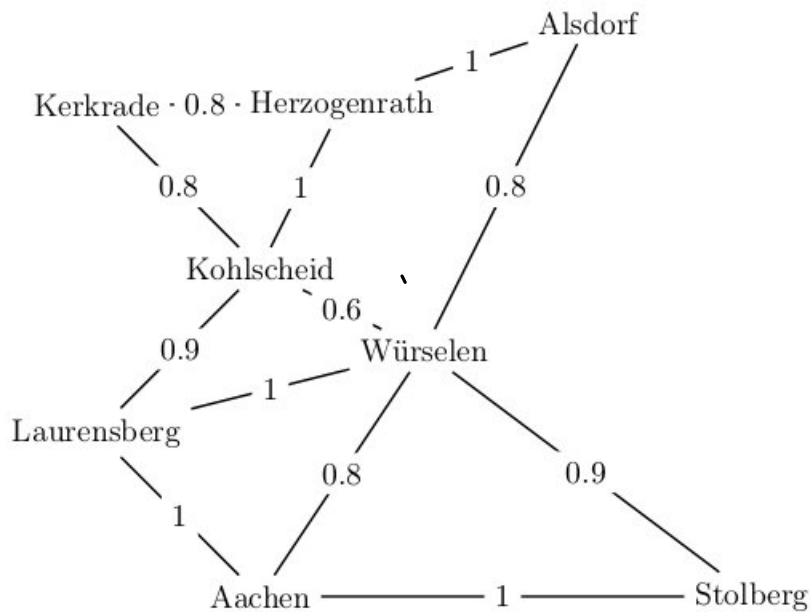
Zeichnen Sie einen Graphen, der das zugehörige wahrscheinlichste Wege Problem modelliert:

- Mit Gegenwahrsch arbeiten

(Wahrscheinlichk., dass nichts passiert)

- vorher: bester Weg 0, schlechtester Weg  $\infty$   
jetzt: — " — 1, — " — 0

- Wege sind multiplikativ



Dijkstra f. wahrscheinlichsten Weg:

	1.	2.	3	4	5	6.	7.	8.
x Aachen	1	x						
x Laurabg.	0	1	x					
x Wirschen	0	0,8	1	1	x			
x Stullberg	0	1	1	x				
x Kohlscheid	0	0	0,9	0,9	0,9	x		
x Kerbach	0	0	0	0	0	0,72	0,72	0,72
x Herzogenr.	0	0	0	0	0	0,9	x	
x Alsdorf	0	0	0	0	0,8	0,8	0,9	x

**Aufgabe 2**

20 Punkte

In einer Kleinstadt gibt es fünf Buslinien und vier Busunternehmen A, B, C und D. Um zu entscheiden, welches Unternehmen welche Linie bedienen darf, führt die Stadtverwaltung eine Versteigerung durch, bei der jedes Unternehmen Gebote für die einzelnen Linien abgibt. Die Gebote sehen wie folgt aus:

	1	2	3	4	5
A	4600		7500	6000	
B	5000	8000	7200		
C				7000	7500
D	4800	7900		5000	9000

Es soll nun anhand der Gebote entschieden werden, welches Unternehmen den Zuschlag für welche Linie bekommt, und zwar so, dass

- die Stadt einen möglichst großen Gewinn macht;
- ein Unternehmen eine Linie nur dann bekommt, wenn es auch ein Gebot dafür abgegeben hat;
- jede Linie von genau einem Unternehmen gefahren wird;
- ein Unternehmen maximal zwei Linien bedient.

Formulieren Sie dieses Problem als lineares Programm:

Zuordnungsproblem

$i \in \{A, B, C, D\}$  Unternehmen

$j \in \{1, \dots, 5\}$  Linien

$x_{ij} = 1 \Leftrightarrow$  Unternehmen  $i$  bedient Kunde  $j$   
(s.o.  $\neq 0$ )

$$\begin{aligned} \max \quad & 4600 \cdot x_{A1} + 7500 \cdot x_{A3} + 6000 \cdot x_{A4} \\ & + 5000 \cdot x_{B1} + 8000 \cdot x_{B2} + 7200 \cdot x_{B3} \\ & + 7000 \cdot x_{C4} + 7500 \cdot x_{C5} \\ & + 4800 \cdot x_{D1} + 7900 \cdot x_{D2} + 5000 \cdot x_{D3} + 9000 \cdot x_{D5} \end{aligned}$$

s.t.  $\sum_{i \in \{A, B, C, D\}} x_{ij} = 1$  für alle  $j \in \{1, \dots, 5\}$

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} \leq 2 \quad \text{für alle } i \in \{A, B, C, D\}$$

~~$x_{ij} \in \{0, 1\}$  für  $i, j$~~

$0 \leq x_{ij} \leq 1$  (Matrix tot. unimodular)

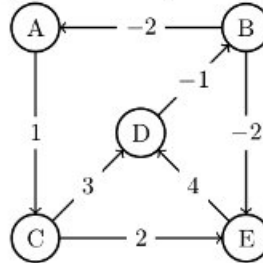
$x_{ij} = 0$  für alle  $i, j$  mit  $a_{ij} = 0$

- (a) Welche Aussage(n) kann/können über das folgende Simplex Tableau (zu einem Minimierungsproblem) getroffen werden? (5)

$$\begin{array}{cccc|c}
 2 & 0 & 0 & 1 & 3 \\
 -2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\
 4 & 1 & 0 & 0,5 & 5
 \end{array}$$

- Die Basis ist optimal.
- Die Basis ist nicht optimal.
- Die Basis ist unzulässig.
- Das Problem ist unbeschränkt.
- Die Ecke ist entartet.
- Das Tableau ist ungültig.

- (b) Kreuzen Sie an, welche Aussage(n) für den folgenden Graphen korrekt sind: (5)



- Der Graph ist stark zusammenhängend.
- Der Dijkstra Algorithmus findet einen kürzesten Weg von A nach E.
- Der Label-Correcting Algorithmus findet einen kürzesten Weg von B nach C.
- Es gibt keinen kürzesten Weg von D nach A.