Lehrstuhl für Informatik 1
Prof. Dr. Berthold Vöcking
Alexander Skopalik
Matthias Englert

WS 2007/08
10.1.2008

Übung zur Vorlesung
Berechenbarkeit und Komplexität

Blatt 9

Aufgabe 9.1: **(5+5+4 Punkte)**

(a) IndependentSet ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $b \in \mathbf{N}$.

Ausgabe: Ja, gdw. es eine Knotenmenge $K \subseteq V$ mit $|K| \geq b$ gibt, so dass es in E keine Kanten zwischen den Knoten aus K gibt.

Zeige, dass Clique $\leq_p$ IndependentSet gilt.

(b) Das Überdeckungsproblem VertexCover ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $b \in \mathbf{N}$.

Ausgabe: Ja, gdw. es eine Knotenmenge $K \subseteq V$ mit $|K| \leq b$ gibt, so dass jede Kante aus E zu mindestens einem Knoten aus K inzident ist.

Zeige, dass IndependentSet $\leq_p$ VertexCover gilt.

(c) Zeige, dass VertexCover $\leq_p$ Clique gilt.

Aufgabe 9.2: **(6 Punkte)**

Zeige, jeweils mit Hilfe eines Polynomialzeitverifizierers, für zwei der folgenden Entscheidungsprobleme, dass sie in NP sind. Beschreibe dazu im Detail die Kodierung und die Länge des Zertifikats, sowie die Arbeitsweise und die Laufzeit des Verifizierers. Hinweis: Für eines der Probleme ist nicht bekannt, ob es in NP ist.

(a) Composite = $\{w \in \{0,1\}^* \mid w$ ist binäre Kodierung einer Zahl $k \in \mathbb{N}$ und k ist keine Primzahl$\}$.

(b) VertexCover = $\{G\#k \mid G$ ist die Kodierung eines Graphen und G enthält ein Vertex-Cover der Größe $k\}$.

(c) k-kürzester Weg = $\{G\#s\#t\#k\#l \mid G$ ist die Kodierung eines Graphen $G = (V, E)$ sowie $s, t \in V$ und es gibt mindestens k verschiedene Wege der Länge höchstens l von s nach t in $G\}$.

Aufgabe 9.3: **(3+2 Punkte)**

(a) Beweise oder widerlege die folgende Aussage:

„Wenn für ein Entscheidungsproblem A ein Polynomialzeitverifizierer V existiert, der A mit Hilfe eines Zertifikats entscheidet, das nur logarithmisch in der Eingabelänge ist, dann gilt $A \in \mathsf{P}$.“

(b) Gib ein Entscheidungsproblem an, das beweisbar nicht in NP liegt.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 17.1. um 12.00 Uhr im Sammelkasten am Lehrstuhl.