Prof. Dr. Manuel Torrilhon
Julian Köllermeier
Armin Westerkamp

Analysis für Informatiker | WS 2015/16
Hausaufgabenübung Blatt 8 | 14.12.2015
Abgabe: 21.12.2015, 11:30 Uhr,

(Rogowski → rechte Treppe → Treppenhaus 2.Stock → blauer Abgabekasten)

Hinweise zur Abgabe :

- Die Hausaufgaben sind in **Dreiergruppen** abzugeben.
- Geben Sie auf Ihren Abgaben Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und die **Nummer der Kleingruppe**, der Sie sich zugeordnet haben, an.
- In Ihrem Interesse: **Tackern** Sie Ihre Abgaben. Lose Zettel können schnell verloren gehen - für den Verlust loser Zettel haften wir nicht!

Aufgabe 1. (Ableitungsregeln)

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen auf ihrem Definitionsbereich.

a) $f:\ \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sin(\frac{1}{x^2})$.

b) $g:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = e^{2x}\cos 2x$.

c) $h:\ \mathbb{R}\backslash\{\sqrt[5]{5}\} \to \mathbb{R},\ h(x) = \frac{x^3+3x^2+1}{x^5-5}$.

d) $e:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ e(x) = \arctan(x)$.

1 Punkt

Aufgabe 2. (Differenzierbarkeit)

Untersuchen Sie die folgenden Funktion mittels Differenzenquotienten auf Differenzierbarkeit in $x_0 = 0$:

a) $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = |x \cdot \sin(x)|$

b) $g:\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0, \\ \sin x, & \text{falls } x \geq 0. \end{cases}$

Hinweis: Es gilt $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$

3 Punkte

Aufgabe 3. (Lipschitz-stetig)

Sei $f:[0,\infty) \to \mathbb{R},\quad f(x) = \exp(-x^3)$.

(a) Begründen Sie, dass f stetig ist.

(b) Zeigen Sie, dass f monoton fallend ist.

(c) Bestimmen Sie den Wertebereich W_f der Funktion f. Begründen Sie Ihre Antwort.

(d) Zeigen Sie mithilfe des Mittelwertsatzes, dass es ein $L > 0$ gibt, welches

$$|f(x) - f(y)| \leq L|x-y| \quad \text{für alle } x,y \in [0,\infty)$$

erfüllt.
Hinweis: Machen Sie eine Extremwertuntersuchung der ersten Ableitung.

(e) Begründen oder widerlegen Sie, dass f gleichmässig stetig ist.

4 Punkte

Aufgabe 4. (Ableitungen)

Berechnen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen und bestimmen Sie die Kandidaten für Extremstellen:

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(\sin(\cos(x)))$.

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\exp(\arctan(2x))}{1+4x^2}$.

2 Punkte