Prof. Dr. Manuel Torrilhon
Julian Köllermeier
Armin Westerkamp

Analysis für Informatiker | WS 2015/16
Hausaufgabenübung Blatt 11 | 18.01.2016
Abgabe: 25.01.2016, 11:30 Uhr,

(Rogowski → rechte Treppe → Treppenhaus 2.Stock → blauer Abgabekasten)

Hinweise zur Abgabe :

- Die Hausaufgaben sind in **Dreiergruppen** abzugeben.
- Geben Sie auf Ihren Abgaben Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und die **Nummer der Kleingruppe**, der Sie sich zugeordnet haben, an.
- In Ihrem Interesse: **Tackern** Sie Ihre Abgaben. Lose Zettel können schnell verloren gehen - für den Verlust loser Zettel haften wir nicht!

Aufgabe 1. (Integration)

Bestimmen Sie folgendes Integral mittels Partialbruchzerlegung

$$\int \frac{3x^2 + 11x + 14}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} dx$$

3 Punkte

Aufgabe 2. (Uneigentliche Integrale)

Begründen Sie die Existenz oder Nichtexistenz der folgenden uneigentlichen Integrale

a) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$.

b) $\int_1^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$.

2 Punkte

Aufgabe 3. (Äquivalenz von Normen)
Wir definieren für alle $x \in \mathbb{R}^n$ die Normen

$$\|x\|_1 := \sum_{i=1}^{n} |x_i|,$$
$$\|x\|_2 := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}.$$

Zeigen Sie, dass auf $\mathbb{R}^n$ $\|\cdot\|_1$ und $\|\cdot\|_2$ äquivalent sind.

Hinweis: Zwei Normen $\|\cdot\|_a$ und $\|\cdot\|_b$ auf $\mathbb{R}^n$ heißen äquivalent, wenn es $C_1, C_2 > 0$ gibt, so dass

$$C_1 \cdot \|x\|_b \leq \|x\|_a \leq C_2 \cdot \|x\|_b, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$$

gilt.

3 Punkte

Aufgabe 4. (Lineare Abbildungen)
Gegeben seien die Abbildungen

$$\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3 \qquad (x, y) \mapsto \begin{pmatrix} x - y \\ 2x \\ y + 5x \end{pmatrix}$$

und

$$\psi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \qquad (x, y, z) \mapsto x + y + z$$

a) Zeigen Sie die Linearität der Abbildungen φ und ψ.

b) Identifizieren Sie jeweils die zugehörige Matrix.

c) Bilden Sie die Verknüpfung $\psi \circ \varphi$ und geben Sie die Matrix an.

d) Diskutieren Sie die Verknüpfung $\varphi \circ \psi$.

2 Punkte