Prof. Dr. Manuel Torrilhon
Julian Köllermeier
Armin Westerkamp

Analysis für Informatiker | WS 2015/16
Hausaufgabenübung Blatt 12 | 25.01.2016
Abgabe: 01.02.2016, 11:30 Uhr,

(Rogowski → rechte Treppe → Treppenhaus 2.Stock → blauer Abgabekasten)

Hinweise zur Abgabe :

- Die Hausaufgaben sind in **Dreiergruppen** abzugeben.
- Geben Sie auf Ihren Abgaben Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und die **Nummer der Kleingruppe**, der Sie sich zugeordnet haben, an.
- In Ihrem Interesse: **Tackern** Sie Ihre Abgaben. Lose Zettel können schnell verloren gehen - für den Verlust loser Zettel haften wir nicht!

Aufgabe 1. (Differenzierbarkeit)

a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktion

$$f(x,y) = (x^2 + y^2)e^{xy}.$$

Für welche Punkte $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ist f differenzierbar?

b) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich von

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} 1 + \log(x) \\ x\sqrt{y} + \sqrt{z} \end{pmatrix}$$

an.
Geben Sie die größte offene Menge $U \subset D_f$ an, in der f differenzierbar ist.
Begründen Sie, warum f dort differenzierbar ist und bestimmen Sie die Ableitung von f.

3 Punkte

Aufgabe 2. (Differenzierbarkeit)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y+3y^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq 0, \\ 0, & (x,y) = 0. \end{cases}$$

(a) Ist f stetig in $(0,0)$?

(b) Bestimmen Sie die ersten partiellen Ableitungen von f. Ist f partiell differenzierbar in $(0,0)$?

(c) Ist f differenzierbar in $(0,0)$?

4 Punkte

Aufgabe 3. (Differenzieren)

a) Leiten Sie die folgende Funktion nach α, z, S und b_0 ab:

$$f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R} : f(\alpha, z, S, b_0) = (x^2 \sin(\alpha z) + y \cos(S - \alpha) + S\alpha z)e^{-z+\cos(\alpha^2)} - 3(Sx)^2$$
$$x \in \mathbb{R}, y \in \{0, -1, 1\}$$

b) Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix $Df = J_f = f'$ von

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 : f(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x \sin(y) - 3y^2 \cos(z^2 x) \\ xyz - (xyz)^2 + e^{xy^2 z^3} \end{pmatrix}$$

2 Punkte

Aufgabe 4. (Jacobi-Matrix)

Bestimmen Sie jeweils die Jacobi-Matrix.

a) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, f(x, y, z) = \begin{pmatrix} e^{-x^2+\sin(z)} \\ \cos(xy) \\ \ln(x^2 + y^2 + z^2 + 1) \end{pmatrix}$

b) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, g(x, y) = \begin{pmatrix} xe^y \\ x + y \\ \frac{1}{x^2+y^2+1} \end{pmatrix}$

1 Punkte