Prof. Dr. Manuel Torrilhon
Julian Köllermeier
Armin Westerkamp

Analysis für Informatiker | WS 2015/16
Hausaufgabenübung Blatt 4 | 16.11.2015
Abgabe: 23.11.2015, 11:30 Uhr,

(Rogowski → rechte Treppe → Treppenhaus 2.Stock → blauer Abgabekasten)

Hinweise zur Abgabe :

- Die Hausaufgaben sind in **Dreiergruppen** abzugeben.
- Geben Sie auf Ihren Abgaben Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und die **Nummer der Kleingruppe**, der Sie sich zugeordnet haben, an.
- In Ihrem Interesse: **Tackern** Sie Ihre Abgaben. Lose Zettel können schnell verloren gehen - für den Verlust loser Zettel haften wir nicht!

Aufgabe 1. (Komplexe Zahlen)

Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, die

$$\text{Re}\left(\frac{4}{\bar{z}}\right) \leq \left(\frac{5}{|z|}\right)^2$$

erfüllen, und fertigen Sie eine Skizze der Lösungsmenge an.

2 Punkte

Aufgabe 2. (Konvergenz von Folgen)

Untersuchen Sie die angegebenen Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

a) $a_n = \left(\frac{2n}{2n+1}\right)^{8n-1}$

b) $a_n = \left(\sqrt[n]{n} + \frac{1}{n}\right)^n$

c) $a_n = \frac{4n^2+1}{2n^3+n^2}$

2 Punkte

Aufgabe 3.

Gegeben seien die Folgen $(a_n)_n$, $(b_n)_n$ durch

(i) $a_n = \frac{2n+3}{n+5}$

(ii) $b_n = \frac{(-1)^n+n}{n}$

Zeige durch Verwendung der Definiton der Konvergenz, dass die Folge (a_n) den Grenzwert 2 und die Folge (b_n) den Grenzwert 1 besitzen.

3 Punkte

Aufgabe 4. (Folgen)
Sei $(a_n) \subset \mathbb{R}$ rekursiv definiert durch $a_1 := 0, \quad a_{n+1} := \sqrt{1 + 2a_n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

a) Zeigen Sie per vollständiger Induktion, dass (a_n) der Abschätzung $a_n < 3$ für alle $n \in \mathbb{N}$ genügt.

b) Zeigen Sie, dass (a_n) monoton wachsend ist.

c) Finden Sie alle $a \in \mathbb{R}$, so dass $a = \sqrt{1 + 2a}$ gilt.

d) Zeigen Sie nun, dass (a_n) eine in $\mathbb{R}$ konvergente Folge ist und geben Sie den Grenzwert an.

Hinweis: Die Wurzelfunktion ist streng monoton wachsend und stetig in $[0, \infty)$.

3 Punkte