Übungsblatt 10

Abgabetermin: 02.07.2014

Tutoraufgabe 1 (Kellerautomaten)

Wir betrachten die Sprache

$$L := \{a^i b^j c^k \in \Sigma^* \mid i = j \vee i = k\}$$

über dem Alphabet $\{a, b, c\}$.

Geben Sie einen PDA $\mathcal{A}$ an, der L erkennt.

Geben Sie jeweils einen akzeptierenden Lauf von $\mathcal{A}$ auf ε, $abcc$ und $abbc$ an.

Tutoraufgabe 2 (Äquivalenz der Akzeptanzbedingungen)

Beweisen Sie die folgende Richtung des Satzes 7.15:

> *Ist eine Sprache PDA-erkennbar, so ist sie erkennbar durch einen PDA, der mit leerem Stapel akzeptiert.*

Tutoraufgabe 3 (Grammatik $\rightsquigarrow$ PDA)

Sei die Grammatik $\mathcal{G}$ gegeben durch

$$\begin{aligned} S &\to AB \\ A &\to AA \mid a \\ B &\to BA \mid b \end{aligned}$$

a) Geben Sie den PDA $\mathcal{A}_\mathcal{G}$ an. (Siehe Definition 7.18.)

b) Geben Sie für $aaba$ eine Linksableitung in $\mathcal{G}$ und den entsprechenden akzeptierenden Lauf von $\mathcal{A}_\mathcal{G}$ an. (Notieren Sie die Ableitung und den Lauf so wie in der Vorlesung in zwei Spalten, sodass es erkennbar ist, welcher Ableitungsschritt welchem Übergang des PDAs entspricht.)

Tutoraufgabe 4 (PDA $\rightsquigarrow$ Grammatik)

Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, q, Z)$ der PDA mit

$$\begin{aligned} Q &:= \{q\} \\ \Sigma &:= \{a, b\} \\ \Gamma &:= \{Z\} \\ \Delta &:= \{(q, a, Z, q, \varepsilon),\ (q, b, Z, q, ZZ)\} \end{aligned}$$

Sei L die Sprache, die $\mathcal{A}$ mit leerem Stapel erkennt.

a) Geben Sie die Grammatik $\mathcal{G}_{\mathcal{A}}$ an. (Siehe Definition 7.24) Vereinfachen Sie die erhaltene Grammatik so wie in der Vorlesung, indem Sie die Regeln wegstreichen, auf deren rechten Seite Nichtterminalsymbole auftauchen, die nie als linke Seite einer anderen Regel vorkommen. Vereinfachen Sie die Grammatik nicht weiter.

b) Geben Sie einen akzeptierenden Lauf von $\mathcal{A}$ auf *bbabaaa* und die entsprechende Ableitung in $\mathcal{G}$ an.

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

Aufgabe 5 (Kellerautomaten) **5**

Wir betrachten die Sprache

$$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a > |w|_b\}$$

über dem Alphabet $\{a, b\}$.

Geben Sie einen PDA $\mathcal{A}$ an, der L erkennt.

Geben Sie jeweils einen akzeptierenden Lauf von $\mathcal{A}$ auf a, *baa* und *ababa* an.

Aufgabe 6 (Äquivalenz der Akzeptanzbedingungen) **5**

Beweisen Sie die folgende Richtung des Satzes 7.15:

> *Ist eine Sprache erkennbar durch einen PDA, der mit leerem Stapel akzeptiert, so ist sie PDA-erkennbar.*

Aufgabe 7 (Grammatik $\rightsquigarrow$ PDA) **5**

Sei die Grammatik $\mathcal{G}$ gegeben durch

$$\begin{aligned} S &\to AB \mid AA \\ A &\to AA \mid a \\ B &\to BC \mid AB \mid b \\ C &\to c \end{aligned}$$

a) Geben Sie den PDA $\mathcal{A}_{\mathcal{G}}$ an.

b) Geben Sie für *aaabcc* eine Linksableitung in $\mathcal{G}$ und den entsprechenden akzeptierenden Lauf von $\mathcal{A}_{\mathcal{G}}$ an.

Aufgabe 8 (PDA $\rightsquigarrow$ Grammatik) **5**

Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, q, Z)$ der PDA mit

$$\begin{aligned} Q &:= \{q, r\} \\ \Sigma &:= \{a, b\} \\ \Gamma &:= \{Z, A\} \\ \Delta &:= \{(q, a, Z, AA, q),\ (q, a, A, AAA, q),\ (q, b, A, \varepsilon, r),\ (r, b, A, \varepsilon, r)\} \end{aligned}$$

Sei L die Sprache, die $\mathcal{A}$ mit leerem Stapel erkennt.

a) Geben Sie eine möglichst einfache Beschreibung von L an.

b) Geben Sie die Grammatik $\mathcal{G}_{\mathcal{A}}$ an. (Siehe Definition 7.24) Vereinfachen Sie die erhaltene Grammatik so wie in der Vorlesung, indem Sie die Regeln wegstreichen, auf deren rechten Seite Nichtterminalsymbole auftauchen, die nie als linke Seite einer anderen Regel vorkommen. Vereinfachen Sie die Grammatik nicht weiter.

c) Geben Sie einen akzeptierenden Lauf von $\mathcal{A}$ auf *aabbbb* und die entsprechende Ableitung in $\mathcal{G}$ an.