Prof. Dr. M. Grohe C. Aschermann, E. Selman, S. Winter

Übungsblatt 11

Abgabetermin: 09.07.2014

Tutoraufgabe 1 (Chomsky-Normalform)

Sei L_P die Sprache der Palindrome über dem Alphabet $\{a, b\}$, die von der folgenden Grammatik erzeugt wird:

$$S \to aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \varepsilon$$

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform an, die die Sprache $L_P \setminus \{\varepsilon\}$ erzeugt. Gehen Sie dabei so wie im Beweis des Satzes 6.20 vor.

Tutoraufgabe 2 (DPDA)

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass die Sprache L_P der Palindrome nicht DPDA-erkennbar ist. Wir betrachten die Sprache der Palindrome über dem Alphabet $\{a, b, \#\}$, die in der Mitte das Trennsymbol $\#$ haben:

$$L_P^\# := \{w\#w^\mathcal{R} \mid w \in \{a,b\}^* \text{ und } w^\mathcal{R} \text{ ist die Spiegelung von } w\}$$

Geben Sie einen DPDA $\mathcal{A}$ an, der die Sprache $L_P^\#$ erkennt.

Tutoraufgabe 3 (DPDA und Präfix-Notation)

Wir betrachten die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} := (\{S\}, \{\mathtt{0}, \mathtt{1}, \mathtt{x}, \mathtt{y}, \mathtt{z}, -, +, *\}, P, S)$ mit den folgenden Regeln in P:

$$S \to \mathtt{0} \mid \mathtt{1} \mid \mathtt{x} \mid \mathtt{y} \mid \mathtt{z} \mid -S \mid +SS \mid *SS$$

Die Grammatik $\mathcal{G}$ erzeugt boolsche arithmetische Terme mit
den Variablen $\mathtt{x}, \mathtt{y}, \mathtt{z}$,
der 1-stelligen Operator $-$ und
den 2-stelligen Operatoren $+$ und $*$
in *Präfix-Notation*.

Sei

$$w := + * \mathtt{y} + \mathtt{x}\ \mathtt{1} - \mathtt{z}$$

a) Liegt w in $L(G)$? Falls ja, geben Sie einen Ableitungsbaum für w in $\mathcal{G}$ an.

b) Geben Sie für das Wort w einen entsprechenden Term in *Infix-Notation* an.

c) Geben Sie einen DPDA $\mathcal{A}$ an, der die Sprache $L(G)$ erkennt. (Eine graphische Darstellung genügt.)

d) Geben Sie den Lauf von $\mathcal{A}$ auf w an.

⋆⋆⋆⋆⋆

Aufgabe 4 (Chomsky-Normalform) **6**

Sei $\mathcal{G}$ folgende Grammatik:

$$\begin{aligned} S &\to AB \mid abC \mid B \\ A &\to C \mid aa \mid aAB \\ B &\to b \mid BBS \\ C &\to B \mid cc \end{aligned}$$

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform an, die die Sprache $L(\mathcal{G}) \setminus \{\varepsilon\}$ erzeugt.

Aufgabe 5 (DPDA) **3+1**

Für DPDAs sei das Akzeptieren mit leerem Stapel genauso wie bei PDAs definiert.

a) Sei $\mathcal{A}$ ein DPDA, der mit leerem Stapel akzeptiert.
Zeigen Sie folgende Behauptung:
Sind v und w unterschiedliche Wörter aus $L(\mathcal{A})$, so ist v kein Präfix von w.

b) Verwenden Sie nun Teil **a)**, um zu folgern, dass es eine DPDA-erkennbare Sprache gibt, die von keinem DPDA erkannt wird, der mit leerem Stapel akzeptiert.

Aufgabe 6 (DPDA und Postfix-Notation) **2+4+4**

Wir betrachten die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} := (\{S\}, \{\mathtt{0}, \mathtt{1}, \mathtt{x}, \mathtt{y}, \mathtt{z}, -, +, *\}, P, S)$ mit den folgenden Regeln in P:

$$S \to \mathtt{0} \mid \mathtt{1} \mid \mathtt{x} \mid \mathtt{y} \mid \mathtt{z} \mid S- \mid SS+ \mid SS*$$

Die Grammatik $\mathcal{G}$ erzeugt boolsche arithmetische Terme mit
den Variablen $\mathtt{x}, \mathtt{y}, \mathtt{z}$,
der 1-stelligen Operator $-$ und
den 2-stelligen Operatoren $+$ und $*$
in *Postfix-Notation*.

a) Geben Sie einen Ableitungsbaum für das Wort

$$\mathtt{x}\ \mathtt{y} * \mathtt{1} + \mathtt{1} - +$$

in $\mathcal{G}$ an.

b) Geben Sie für die Grammatik $\mathcal{G}$ einen Parser an, das Eingabewort $w \in L(\mathcal{G})$ von links nach rechts liest und den Ableitungsbaum für w in $\mathcal{G}$ ausgibt.

c) Geben Sie einen DPDA an, der die Sprache $L(\mathcal{G})$ erkennt.